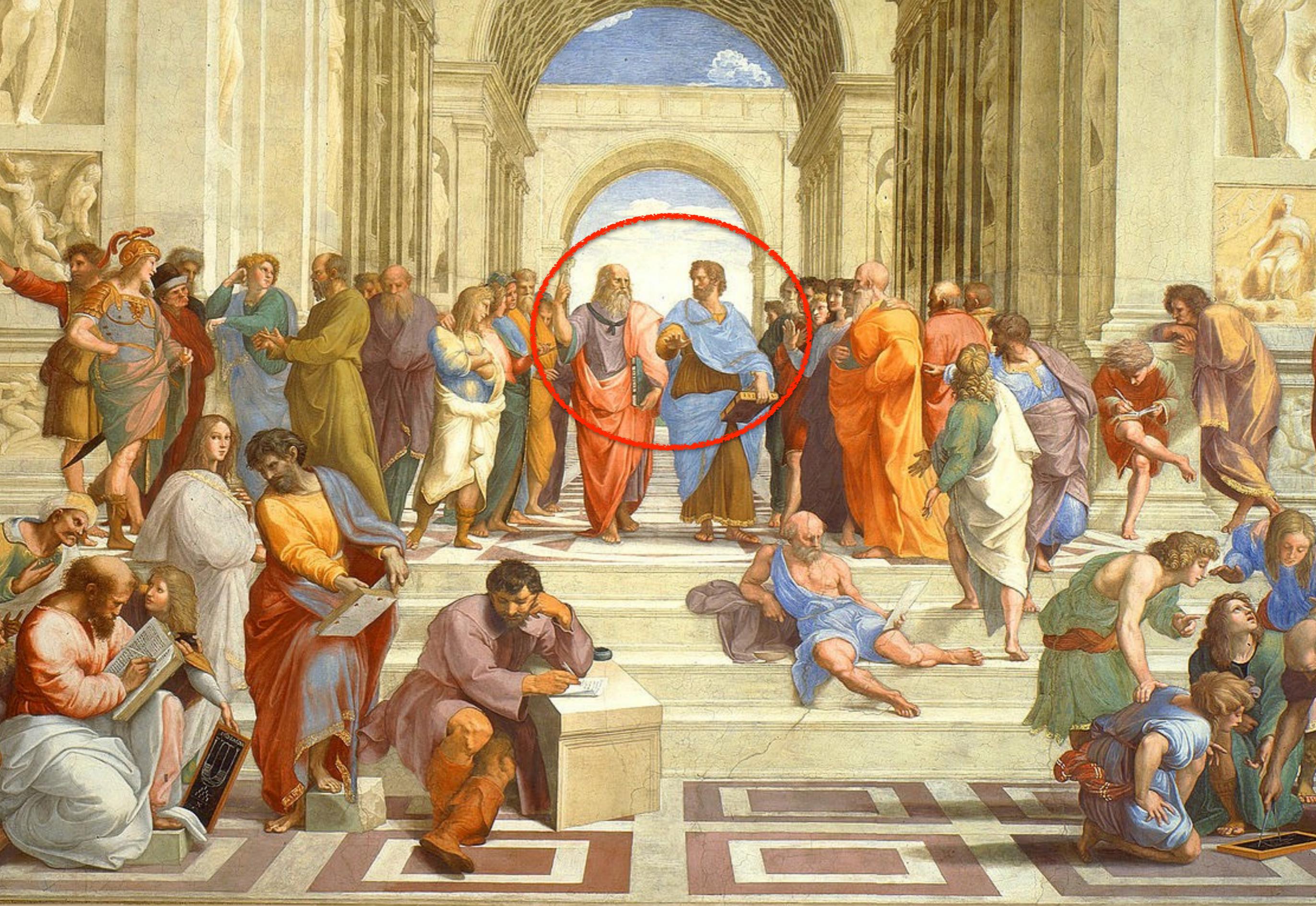
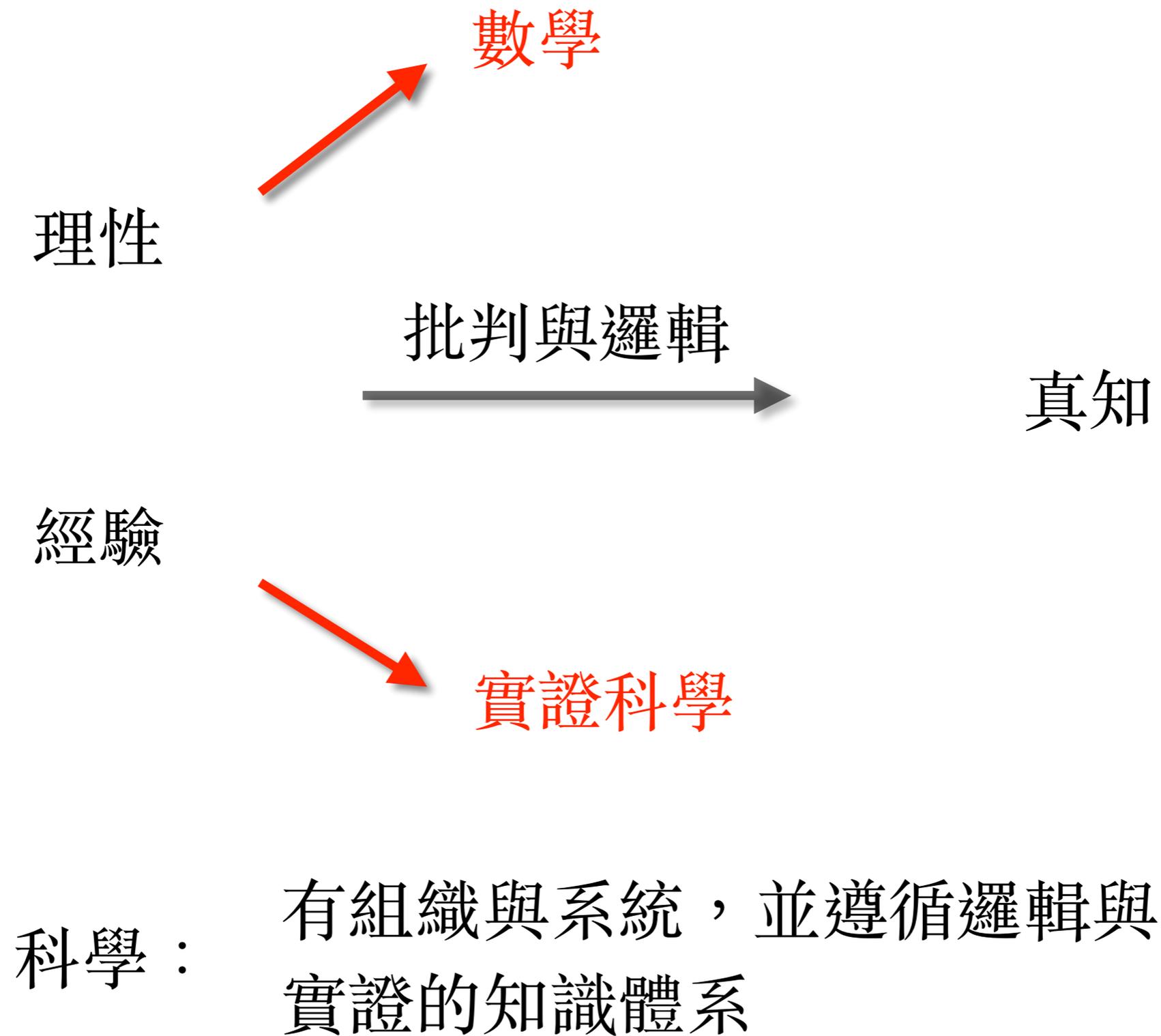


# 數理思維

## 第二講：批判與邏輯思維



拉斐爾 《雅典學院》 1510



*“To see what is general in what is particular, and what is permanent in what is transitory, is the aim of scientific thought.”*

科學思想的目標是在特例中發現通則、在變化中看見永恆

— Alfred North Whitehead



# 經驗判斷

過去四年那個地區的戰爭直接導致的死亡最多？

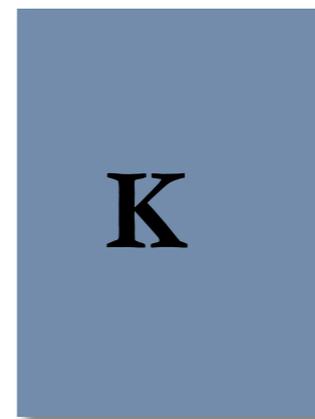
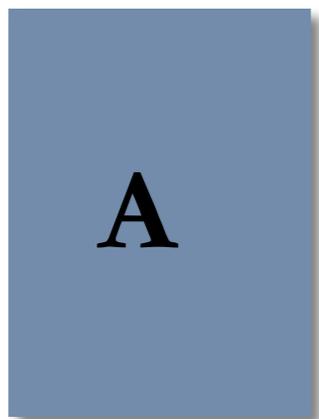
緬甸 > 阿富汗 > 巴勒斯坦 > 奈及利亞 > 葉門 > 衣索比亞 > 蘇丹 > ...

(Source: Disaster Management and Humanitarian Assistance - DHMA, 2025)

批判思考：你是不是生活在信息繭房？

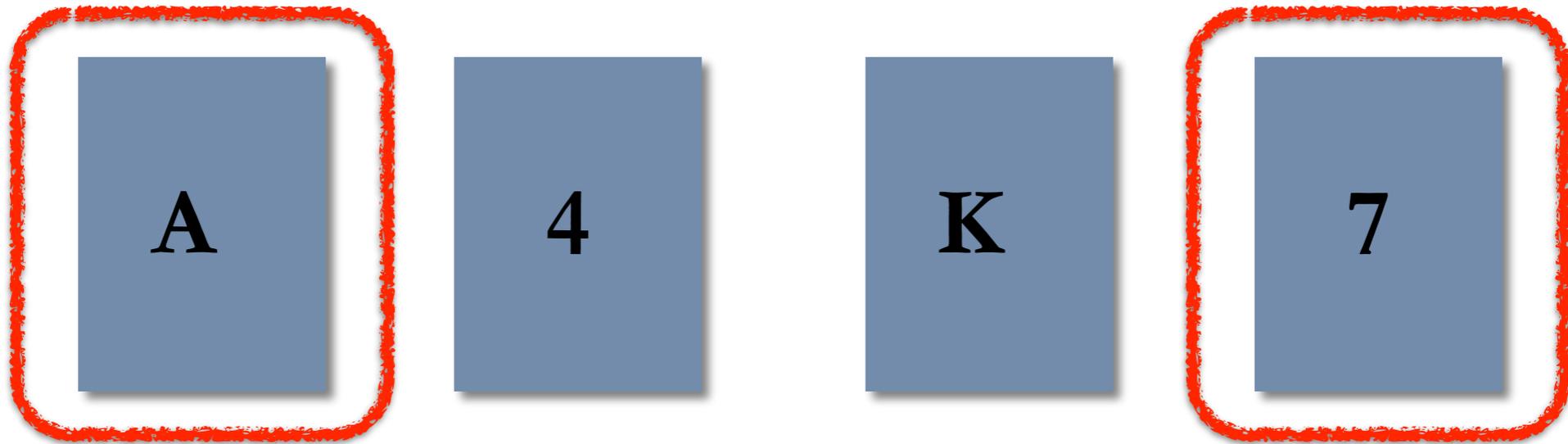
# 邏輯判斷：選卡片

底下有四張卡片，每張上面有一面是英文字母，另一面是數字。我告訴你如果字母是A，那另一面數字一定是4。你可以翻開底下兩張牌來檢驗我說的話是否正確，你要選哪兩張？



# 邏輯判斷：選卡片

底下有四張卡片，每張上面有一面是英文字母，另一面是數字。我告訴你如果字母是A，那另一面數字一定是4。你可以翻開底下兩張牌來檢驗我說的話是否正確，你要選哪兩張？



利用「 $A \Rightarrow 4$ 」與「 $\text{非}4 \Rightarrow \text{非}A$ 」等價（為何兩者等價？）

## 邏輯判斷：選卡片

底下有四張卡片，每張上面記錄了幼稚園孩童的活動資訊，有一面記錄孩童是否下午有吃餅乾，另一面記錄孩童是否幫忙收拾遊戲室。依規定孩童若有幫忙收拾，下午就有餅乾吃。你可以翻開底下兩張牌來檢驗是否有孩童違反規定，你要選哪兩張？

有吃  
餅乾

沒吃  
餅乾

有幫忙  
收拾

沒幫忙  
收拾

雖然這個類題與前面問題邏輯上相同，**實驗結果顯示迅速答對類題的人約65%，迅速答對前面問題的則只約有25%**。這說明許多人在有情境的問題中用直覺而非推理，回答抽象問題的正確率低。

# 邏輯判斷：《威尼斯商人》Portia's Game

金盒的銘牌：

「畫像在這個盒子裡」

銀盒的銘牌：

「畫像不在這個盒子裡」

鉛盒的銘牌：

「畫像不在金盒裡」

這三句話中只有一句話是真話。你要選哪個盒子？



# 邏輯判斷：《威尼斯商人》Portia's Game

金盒的銘牌：

「畫像在這個盒子裡」

銀盒的銘牌：

「畫像不在這個盒子裡」

鉛盒的銘牌：

「畫像不在金盒裡」

這三句話中只有一句話是真話。你要選哪個盒子？

若鉛盒銘牌改成「畫像在銀盒裡」，或「畫像不在銀盒裡」呢？



# 邏輯判斷：三段式論證

我是好人

好人有好報

⇒ 我有好報

I am nobody

Nobody is perfect

⇒ I am perfect

# 邏輯基本法則

	文字表述	形式邏輯
同一律	命題(或事物)與其自身等同	$P = P$
無矛盾律	命題不能同時為「真」與「假」	$\neg (P \wedge \neg P)$
排中律	命題必須為「真」或「假」	$P \vee \neg P$
充分理由律	任何命題成立必有其充足理由	$\forall Q \exists P (P \Rightarrow Q)$

# 推理方法

主要有**演繹法**與**歸納法**兩種。

**演繹法**：根據一般性的前提（已知事實或假設性前提）推導出特殊性的結論的方法。

**歸納法**：根據特殊性的前提（經由類比或擴大前提適用範圍）推導出具一般性的結論的方法。

演繹法與歸納法相輔相成，歸納法可能不嚴謹（存在嚴謹的數學歸納法、超限歸納法），推導過程需為邏輯正確的有效推理。

有效推理可以是正向推理，也可以是逆向推理，常見方法有反證法、歸謬法、窮舉法等等。

# 推理方法

**反證法**：假設命題為假，而推導出邏輯矛盾的結論 (無矛盾或排中律)

**歸謬法**：假設命題為假，而推導出荒謬的結論 (荒謬 $\neq$ 邏輯矛盾)

**窮舉法**：藉由檢驗所有可能性來得出結論 (充分理由律)

例如命題為：「貓都會抓老鼠」 $\Rightarrow$ 「白貓都會抓老鼠」

正向推理：白貓是貓，貓都會抓老鼠，故白貓都會抓老鼠 (三段式論證)

反證與歸謬：設存在不抓老鼠的白貓。白貓是貓，故存在不抓老鼠的貓，與前提矛盾。

窮舉法：檢驗是否所有白貓都會抓老鼠 (不管前提真偽)

歸納法：已知「白貓都會抓老鼠」，推論「貓都會抓老鼠」 (以偏概全)

# 邏輯推理謬誤

錯在邏輯的**形式謬誤**，通常是將不等價敘述視為等價，或是錯認因果關係。例如：

「成績好的人學習認真」

⇒ 「學習認真的人成績好」 「成績不好一定學習不認真」

「冬天比較多人用暖氣」 「冬天比較多人感冒」

⇒ 「用暖氣容易讓人感冒」

「大城市人口密集」 「大城市空汙較嚴重」

⇒ 「人口密集會造成空氣污染」 「空氣污染會造成人口密集」

「某某國家死刑判決多」 「某某國家謀殺犯罪多」

⇒ 「死刑判決多會提高謀殺犯罪率」

孟加拉前總理哈希娜評Quota Protest: 「如果自由戰士的子孫不獲得配額福利，難道拉札卡的子孫應該獲得配額福利？」

# 邏輯推理謬誤

推理不完備的**非形式謬誤**，通常是語意或概念不明確（定義不明、不同，或一詞多義，或蓄意替換），或是歸納上的不當類比（打稻草人、滑坡謬誤等）。例如：

希拉蕊:「我們應該更加開放國家邊界」(2016/10)

川普:「你的主張會讓非法移民問題更加嚴重」

評論羅伯李的雕像從維吉尼亞夏洛蒂鎮移除 (2017/8)

川普:「很難過看到我們偉大國家的歷史與文化被拆解；今天是羅伯李，下週可能是傑克遜，再下週是華盛頓，然後是傑佛遜？」

# 數學實例

給定一個二位數 $n$ ，令其十位數為 $i$ ，個位數為 $j$ ，則  $n=10i+j$

命題： $n$ 是9的倍數  $\Rightarrow i+j$  是9的倍數

三種證明方法：

(正推)  $n$ 是9的倍數  $\Rightarrow n-9i$ 是9的倍數  $\Rightarrow i+j = n-9i$  是9的倍數

(反證、逆推)  $i+j$ 不是9的倍數  $\Rightarrow n-9i=i+j$ 不是9的倍數  
 $\Rightarrow n$ 不是9的倍數，與假設矛盾，故 $i+j$ 是9的倍數

(窮舉) 符合假設的可能 $(i,j)$ 有：

$(1,8), (2,7), (3,6), (4,5), (5,4), (6,3), (7,2), (8,1), (9,0), (9,9)$

所有可能均滿足 $i+j$ 是9的倍數

歸納法：將 $n$ 推廣至3位數、4位數.....

## Recommended Readings (👉 Required)



1. “Sleeping Beauty Paradox”

<https://www.youtube.com/watch?v=XeSu9fBJ2sI>

2. M. Kline: Mathematics — The Loss of Certainty. Oxford University Press  
1980. 中譯本: 《數學: 確定性的失落》, 臺灣商務, 2004. 第五、十章