

### 三、人物專訪—張聖容院士

受訪人：美國普林斯頓大學數學系 張聖容教授 (簡稱：張)

訪談人：國立清華大學數學系 許世壁教授 (簡稱：許)

國立清華大學數學系 宋瓊珠教授 (簡稱：宋)

國立交通大學應用數學系 許元春教授 (簡稱：許元)

訪談日期：2013 年 1 月 22 日

宋：謝謝張老師您接受中華民國數學會的訪問。首先請張老師分享一下，為什麼您保送台大時會選擇數學系？也請您分享一些學習的經歷。

張：我高中唸的是北二女 (現在的中山女高)。我是保送台大，上數學系是自己的選擇。那時候年紀很小，其實也不知道真正的數學是什麼。

許：那時候您知不知道微積分呢？

張：不知道。高中時候沒學過微積分。

許：對，我們那時候高中就學代數跟三角。

張：對，平面幾何也學了很多。至於為什麼會選數學，我覺得一方面是中學的時候蠻喜歡數學，尤其是平面幾何，我覺得很有趣。另一方面，我覺得數學的思維方式，我很喜歡。數學感覺上比較有邏輯性、簡單明瞭，也不是說內容很簡單，而是感覺上思路很清晰，條理分明。其實，我那時候也很喜歡文學，讀數學也有一部分是現實的考量。我父母是二次大戰以後到臺灣的，早年臺灣社會上文科很好的人，尤其是中國文學很好的人很多，但是工作機會很少。那時候感覺讀理工科對將來的生活、就業而言，路是比較寬廣。

許：我記得那個時候大部分的女生都是唸文組的。

張：對，大部分的女生都唸文組。

許：大部分的男生都是唸理組的。

張：對，可是大家也都知道唸文組將來工作、出路比較窄，選擇性會比較少，讀理科的天地比較寬。所以我那時候主要是考量將來的就業，覺得讀數學將來可以繼續讀理或讀工，出路比較寬。我知道將來我要在社會上獨立生存下去的話，有理工的基礎對我是比較有利的，這也是一個考慮的因素。

許：不過，那時候女生唸工學院反而比較少，因為工學院都要到工廠去。所以，基本上都是唸理學院的。

張：這倒不是我考慮的因素。那時候我知道我不是特別喜歡做實驗，所以要讀理工又不要做實驗，那就是數學和物理。不過，現在回想起來，我進台大數學系的那一班，班上有很多同學都是當初第一名保送進來的，有北一女第一名保送的，我是北二女第一名保送，還有台南女中、高雄女中第一名保送的。班上很多女孩子保送台大，都是高中第一名。也就是說連北一女第一名的人也選擇數學系。當時會有那麼多人選擇進數學系，另外一個原因是因為楊振寧先生。我記得楊先生那個時候在臺灣某個場所演講，他提到說：「數學呈放射性發展」。他說，在那個時候，如果他是年輕人他就讀數學。我想這個講話對我們大家都有影響，所以才有那麼多人一下子都選了數學做第一志願。

宋：老師，您可以談一下當您是研究生的時候，您是如何決定您的研究方向？

張：那是後來到了 Berkeley 的事。這是一種摸索，我想我在大學的時候就已經了解到數學大致上有兩種思維方式，一種是比較代數性的，比較抽象思考，另外一種是比較分析、幾何性、看圖的，或者說計算的，然後看對不等式等有沒有感覺。我很早就知道我是屬於分析類。我們班上很多同學，像李文卿、劉小詠、胡守仁都讀代數，可是我很早就了解到我是屬於分析類。

宋：所以是在大學的時候就了解到自己未來的研究方向了？

張：對，我很早就了解到我將來不是唸幾何就是分析，我不會去唸代數的。所以到了 Berkeley 以後，剛開始跟著第一位老師唸了大概一年的拓樸（那位老師做的是 cohomology）。唸了半天我發覺習題我都會做，老師要我做的東西我都會做，可是我就是沒有感覺。

許：那個東西很像代數。

張：對，後來我知道這一支數學看起來像拓樸，實際上是代數。

許：只有等式和不等式兩種。

張：對，我知道我可以從事這方面研究，可是我沒有圖像。所以，後來我就決定學分析，跟著我的老師學傳統分析(classical analysis)。

許：是調合分析 (Harmonic analysis)。

張：傳統調合分析 (classical harmonic analysis)。

許：是跟哪位老師？

張：我是跟 Sarason。讀的是傳統古典數學。

許：就是 Zygmund 那套嗎？

張：Zygmund 那套當時叫做 real analysis (實變)，我讀的是 complex analysis (複變)。

就是 one complex valuable；analytic function 做在單位圓上。

許：那是非常古典的，很少人唸那個。

張：對，我們那時候就很少人唸，現在就更少了。這種（一度空間上的）複分析，因為歷史上長期的研究，結構非常完整漂亮；但到了 1970 年代，題目已愈來愈少，愈來愈難了。幸運的是在 1970 年初（我讀博士時），Fefferman-Stein 在古典實分析 (classical harmonic analysis) 方向有一重大突破；他們的工作也和複分析上有名的 Corona Problem (日蝕問題) 有關係。所以我在拿到博士後，就逐漸（一邊自學）由複分析走入古典實分析的研究領域。

宋：老師您學習的時候有沒有碰過難題？您是怎樣面對和解決這些難題？

張：我當然碰過很多難題。我記得做博士論文的時候，老師給我的第一個題目，我很認真的做了一年，但就是做不出來。最後就跟老師說做不出來，請求換題目。第二個題目做了約半年就做出來了。做出來之後我老師就跟我說可以畢業了，但是在還沒有畢業的時候再回去想第一個題目，也許心情比較放鬆了以後，第一個題目也就做出來了。我記得這第一個題目當初真的就是左做右做、日日夜夜做，一年都做不出來，後來停了一下以後再回來反而就看出來了。到現在為止也是有很多題目都是一時做不出來的。

宋：所以您覺得有些時候停一下是好的？

張：當然。而且有時候一個題目做不出來是因為時機還不成熟，有時候需要一種工具，數學界集體的力量及工作發展到一定的境界以後你才有所謂的工具來解決這個題目。

許：所以您通常口袋裡有幾個問題在做。

張：通常我喜歡一次只做一個、兩個題目。年長後，也會有四個、五個題目在做。有時候做不下去就放下，過一陣子或許就會回來想。

宋：老師您是因為什麼機緣開始做 conformal geometry (保角幾何)？

張：這一方面我受到我先生—楊建平的影響。我們在讀研究所的時候，他讀微分幾何，我讀分析。雖然我們是同一個時期的研究生，我們並沒有深入討論各自的研究，他有時候跟我解釋他的東西，我解釋我的東西，不過都是淺談。大概畢業快十年，差不多到 1981 年以後他才逐漸問我他做的題目上分析要的東西，我才逐漸去了解幾何裡面分析的問題，所以到現在為止，我們兩個的合作還是我做比較分析的部分，他做比較幾何的部分。

宋：您做了許多共形幾何的工作，我覺得這些工作非常美，可否請您談談您的研究過程是很順利還是慢慢過來的？

張：當然是慢慢過來的，每一個東西都是慢慢摸索，有的東西就是摸索很久，突然在過程中就看到那個東西在那。古詞「眾裏尋它千百度，驀然回首，那人卻在燈火闌珊處」就是這個境界。

許：你跟楊建平合作有很多好處，因為一個人如果要懂分析又要懂幾何是一件很辛苦的事。通常純粹做分析，問題會做歪掉，所以我覺得這樣的合作會省掉很多時間。

張：我覺得所有的合作都會有這樣的好處。因為每個人的長處是不一樣的，是互補的，所以要跟人家合作。而且合作還有一個好處就是，也許你的低潮不是你合作人的低潮，所以兩個人可以互相砥礪前進。

許元：剛剛院士從選指導老師談到進入保角幾何這個領域，您在選指導老師上有怎樣的經驗可以跟大家分享？

張：我覺得選指導老師當然跟你的興趣有關，但是老師跟你的個性的配合也很重要，你的老師至少是要你跟他很容易相談，並且你覺得很舒服的。這種感覺是需要先慢慢接觸的。像我的指導老師 Sarason，我後來雖然逐漸離開他做的範圍，可是他對我一直很支持，我每次去 Berkeley 就會去見他，我一直覺得他是我很大的支持力量。剛畢業的時候找事找得不好並且有一陣子不是很順利，我老師是一個很沉默的人，可是他那時候寫了一封很長的信鼓勵我，他說你不要認為別人覺得你怎樣你就怎樣，要有自信。我就覺得我這個老師選得非常好，因為他一直在背後非常支持我。選指導教授不僅是學問的問題，人格的配合也很重要。我老師現在還在 Berkeley，還沒有退休。

許：所以你現在比較純分析的東西已經不做了嗎？

張：我覺得幾何上我做了很多題目，到最後還是歸結到分析。我覺得我的分析專業背景對我在做幾何是我的一個長處，因為我有不一樣的背景，對我是有利的。

許：你的這些研究有沒有比較應用的？你的學習過程中有沒有特別值得一提的事情？

張：我沒有做過非常應用的東西。另外我們大學的班上是很特別的，有一群女同學。

許：我知道，第一名到第七名全部都是女生。

張：有很多女孩子，所以我們那時候念書是很熱鬧很興奮的，同學之間相處得很好，周末常在一起研究功課。讀數學是一件很愉快的事情，大家一起討論數學題目，一起外出吃飯、郊遊等等，覺得讀數學是很盡興的事情。我覺得我在臺大數學系受到很好、很嚴謹的數學教育，一生受用不盡。可是有一個缺點，就是很早就只讀數學，甚至窄到覺得數學跟物理是無關的。我們那個時候大一就選物理課，大一上物理課的壞處是那時候微積分也還不懂。我記得以前老師教物理的時候就用了許多微積分的符號，對我們來講，那東西就像個符號，完全不懂得它的意思。課程安排得很不好，物理課應該大二選會比較好。所以上完大一物理後就沒有再進一步選讀物理，等於是沒有任何物理的背景，我沒有物理的背景我怎樣做應用數學？我現在就知道我教育最大的缺陷就是太窄了。

許：我跟你是同屆的，我們 70 級畢業的時候，有 PC 出來，80 年代有生物基因重組的技術，可是我們都沒有沾到邊，重要的科學發展我們都沒有機會參與。其實我們做東西還是很古典，好像就是跟時代沒有什麼關係。

張：是的。

許元：所以您很肯定在臺大的數學訓練，但是也很遺憾您教育最大的缺陷就是太窄了。

張：我現在注意到在蘇聯他們大學的時候數學、物理甚至工科都是同一組，所以他們訓練出來的學生背景非常寬，他們看數學的方法就跟我們不一樣。

宋：他們大學的基礎課程都是一樣的？

張：對。

許：基本的流體力學、量子力學都會。

張：比如說偏微分方程的問題很多都是跟物理有關的，如果沒有物理背景，你的選題方向就有很多限制。如果你高中學過微積分，你大一選物理還有可能，如果你高中完全沒有學微積分，或者向量場等等都不知道，然後一下就選物理，很難學，根本不知道它講什麼。另外，我覺得大學是廣比深重要，專業的東西將來還有很多時間來 pick up。在大學階段，也應該多培養學生對統計的了解，對計算的了解，對物理的了解，還有對生物的了解。我們那個時候的教育是很快就很深，有缺點也有優點，每件事情都是有相互的。可是如果你要培

養一個一流的數學家，一個有眼光的數學家，甚至你要培養一個對社會有用的數學系畢業生，你都要增廣學生的學習範圍。

許元：所以大學部的課程還是應該放在一個比較寬廣的架構上。

張：對，這是我的主張。

許元：除了物理以外，是不是應該包含生物？

張：不一定限制在物理或生物，我覺得還是要看學生的興趣，不過我覺得現在做為一個所謂讀數學的人，一定要知道怎麼計算及有粗淺的統計及機率（或然率）的觀念，我覺得這方面的知識變得跟微積分一樣的基本，這樣將來才廣。你要對生物有興趣你當然可以以後自己去學生物。

宋：除了物理，統計及機率的觀念也是蠻重要的嗎？

張：對。我覺得大學的教育不應該只著眼這些學生將來就一定去唸研究所，並且讀研究所再來專門化也還來得及。要讓學生有比較廣的基礎，可以做很多不同的事情。這是我的看法。不過我們那時的教育也有好處，我們受了這樣嚴謹的數學教育，所以進了研究所以後，功力是絕對沒有話講。

許：你剛講你跟同學互相切磋、鼓勵，我覺得這種情況目前在清華好像比較缺少，就是同班同學之間互相一起做習題好像比較少。我想這種互相切磋是蠻重要的。

張：互相切磋還有個好處就是，像是我看到這一點，但下一步我就做不下去了；那個人說我沒看到你講的那一點，但我看到的是另外那一點，有時兩個不同的觀點合在一起，問題就解決了。所以我很早就體驗跟別人討論問題是互補的經驗。討論的過程又緊張熱烈，研討使學數學變成變成很興奮的事。

許：以前我們班上都會有一個讀書會，唸一些名著之類的，然後另外拿出一個晚上時間，大家輪流講。

張：我們也不會都只是在唸書，唸完書大家會一起去吃個小吃，也會聊點天，是一個很興奮很愉快的事情。

宋：老師您覺得要如何更好的鼓勵現在的大學生？

張：大學生為什麼不能成立小小的研討羣呢？有人出來組織，也許就有人附議。

許元：現在數學博士不好找事，所以報考博士班的學生非常的少。另外最近幾年在臺灣也累積了大量的博士沒有找到正式的長期工作，對這些現象不知道張院士有什麼看法？

張：因為我回國的時間不長，所以對於就業關鍵的真實情況並不瞭解。但是在國外我知道很多大學主修數學的大學生人數都一直在增加，增加的原因是大家知道數學的職業很寬，尤其

在金融界、大的股票公司、Google、Yahoo 等等大科技公司，很多雇主都願意用有數學背景的人，所以反而是數學系的人將來出路寬，有很多路可以走。大學數學系畢業的人，像是普林斯頓大學，差不多有一半畢業以後就直接去社會上工作，大部分都是在金融界，也有在科技行業，薪水都很高的。其他一半的人，有的人就去唸研究所，唸研究所也並不是都唸數學，有的人是去唸經濟，有的人是去唸生物、統計，還有一部分的人去唸律師。我聽人家講 Harvard law school 他們很願意收有數學背景的人，因為他們知道將來在法律界要研究專利權，需要很多有科學、數理背景的人。大家都知道數學學科給你基本的訓練，出路很寬。這當然跟大學學了什麼有關，大學的教育本來就應該比較寬，將來學生出路就會比較寬。

唸了博士以後在國外最近幾年找工作也有困難，因為美國 2008 年金融風暴以後，很多大學都在縮減，所以如果走學術路線，現在要比以前花的時間多且路線長。像我們以前讀 Ph.D 通常是 4 年(有的人是 5 年，大部分的人是 4 年)。畢業以後做 1 輪 2 年到 3 年的博士後研究，大部分博士畢業 10 年以後就會拿到永久職位 (tenure)。現在的人要做 2 輪博士後，時間拉得很長。我們以前做了 1 輪的博士後研究，學校把你做博士後研究的時間都算在考慮永久職位的年資裡，所以畢業了 6-7 年就會拿到永久職位了。現在美國很多學校做博士後研究的年資是不算的，你要進入永久職位職缺才開始算。所以我聽到很多都是畢業了 12-13 年以後才正式拿到永久職位，路變得很長。

許：在數學方面，臺灣 10 年前因為都可以找到工作，根本沒有人要做博士後。現在不一樣了，目前國科會至少有 50-60 個待業的數學博士後。

張：我自己教的學生當中也有畢業以後就去金融界工作並且做得很成功。我自己博士畢業的時候因為美國市場很緊，很多做完一任博士後找不到工作，就轉去金融界或其他國家研究機構裡面工作。現在 20、30 年以後再看，大部分我知道有數學背景的人才都很成功，所以我覺得有數學的基礎，頭腦很清晰的人，做很多事都會很成功，並不一定要留在學界。像我們大學同班同學前兩天同學聚會，我們同學中事業很成功的一位，大學畢業後就一留在臺灣，也沒有出國，就在商會裡面工作，現在事業很發達，我看他人生很完美，有四個孩子，還打高爾夫球，聽來生活很愉快，沒有什麼不好。讀數學的人，都有一定的分析能力，做很多事情都會很成功的，不一定要在學術的窄門裡面，這是我的看法。

許元：剛才張院士提到美國這些年大學部主修數學的學生人數是增加的。張院士也提到大學教育本來就應該比較寬，將來學生出路就會比較廣。這些觀點值得我們去思考。

張：當然我也不希望數學家這個行業後繼無人，我們當然應該要培養對做研究有興趣的學生。但對大部分學生，教育的背景要廣些。

許：臺灣數學的問題在於這些高中生畢業要唸數學的意願不高，並且志願是越來越後面，所以現在很多私立學校，像是大同大學(以前的大同工學院)就把應數系關掉了，也有幾個私立學校都把數學系關掉了。

張：這是很短視的作法。

許：最重要是因為他們收不到好的學生。我以前跟大同大學的校長講說大同有這麼好的工學院，數學可以幫助工學院很多為什麼要把數學系關掉呢？校長表示他們收進來的大學部學生指考的分數太低了，使學校的競爭力降低。所以寧願把它關掉，然後把名額分散到工學院去。

宋：如果有一位博士後做的不錯，也希望繼續做研究，但是因為市場不好，所以猶疑要不要換工作，請問老師對此情況有什麼建議？

張：我講一下我個人的經歷。我 1974 年 Berkeley 博士畢業那一年剛好碰到美國石油禁運，所以市場一下子就垮下來。那一年 Berkeley 畢業的 Ph.D 是盛產期，那時候美國一年有約 2000 個數學博士，那一年我記得我們 Berkeley 數學系加統計系就有 100 個博士畢業。所以大家都在市場上找事，工作很少。但據我近年的觀察，到最後真的喜歡留在數學界的人都還是留下了。

宋：就是堅持。

張：對。當然，真的喜歡做的人應該鼓勵他，儘量幫忙，使他們不愁基本生活，讓他們可以繼續做研究。我畢業的時候非常不順利，因為我跟我先生一起在市場上找事。到了二月的時候，許多同班同學都找到很好的工作，但我的工作毫無著落。到四月，SUNY Buffalo 給我一個工作，我就去了。然後我先生四月底到 Rice 工作。我們倆因為想找在一起的工作，博士畢業後頭六年我換了六個工作，所以是很辛苦的，不是那麼順利的。之所以還在數學界留下來，也是因為興趣，也可以說是自己決心留下。我也知道我可以去做別的事情，我先生是在美國長大的，他更知道可以去做很多別的事，但是到最後在很困難的環境下，還是在學術界留下來了。

宋：老師您在 1995 年獲得 AMS 的傑出女數學家獎獎項。據我所知在普林斯頓您有參與一個 Noetherian Ring 的社團，此社團的初衷主要是鼓勵女性參與學習數學。我比較好奇的是您怎麼去幫助她們？

張：因為我自己也很忙，其實我沒有做太多的事情，只是在學生舉辦活動的時候，我在可能的範圍內盡可能去參加，這是我唯一做的事情。有時候在系中或開會時注意到女學生、女教授或是女博士後，我盡量想辦法去跟她們多講講話。

宋：您覺得適時的陪伴是很重要的事？

張：是。這件事我在大學從來沒覺得，因為我們班上那麼多女孩子。可是我到了研究所，然後到了高等學府，越來越覺得女性在這行業非常孤單。幾乎在我工作過的數學系，差不多我是唯一或唯二的女教授。我剛進 UCLA 的時候有另一位女教授，後來她走了，我就是唯一的一個。全系有 50、60 位教授我就是唯一的女教授，後來又請了一個，所以全系女性同仁都是一個或兩個。在普林斯頓也是。對我來講，事業裡面最困難的就是女性同事太少，

讓我的朋友比較少。

許：我碰到很多位女生，她們都很優秀，可能要兼顧家庭，所以沒辦法繼續專心做研究，就變成有點放棄的味道。我覺得你現在當我們的院士也是很多女數學家的 role model。您覺得女性在職場有受到歧視或不公的待遇嗎？

張：不停的有人問我這個問題。其實我個人的感覺是這樣，數學界裡大部分的人都是比較開通的，所以問數學界對女孩子有沒有歧視（我所謂的歧視是他覺得你女孩子根本沒有解析能力，就是數學能力比較低），我覺得大部分人是沒有。老一輩的人是有一部份人持有這種看法，不過很少。大部分的數學家思想都比較開通，有一部份人還會特別注意需要幫助的女數學家。像我的老師，在我很困難的時候特別寫一封信給我，我覺得他是特別在支持女數學家。所以我覺得數學界基本上沒有歧視。可是，永久職位的審查制度對女孩子很不公平。為什麼這個制度對女性不公平呢？因為女孩子拿到博士或 30 歲以後很快就有生育的問題，你的”永久職位的審查期”就在決定要不要生小孩、養小孩的抉擇時間。你的人生婚姻、養育小孩的關鍵期剛好也就擋在那個時候。

許：我們學校女性如果生小孩審查期可以延兩年。

張：我知道社會都在想辦法解決這個問題，可是這個永久職位制度本身對女孩子是不公平的。

許元：除了永久職位制度外還有哪一些對女性是比較辛苦的？

張：因為女孩子走到永久職位的人很少，人數很少，就很孤單。我個人比較沒有這個問題，是跟我的先生是數學家有關。因為他的朋友也變成我的朋友，我也就比較知道佔絕大多數的男性數學家怎麼在想事情。我注意到有的女孩子如果沒有結婚或者他的先生不是理工這一行的，她有時候想法會跟數學界其他的人較脫節；有一個原因是她的朋友很少，她很不容易交朋友。因為大部分的人會交跟自己比較像的人，這是很自然的。所以你朋友的選擇圈本來就很少。本來數學就是一條很孤單的路，關起門來自己工作的時間很長。大部分做研究工作的人個性都比較孤單，比較喜歡自己一個人靜起來關起門來做事。女數學家因為人數少，更容易落入很孤單的境界，很難生存。這是在數學界尤其高等學府裡的一種體會。

宋：您覺得您跟楊老師的討論是一個很重要的因素，除了這個之外，你回家還要照顧小孩，您是怎麼樣鼓勵自己繼續做研究工作？

張：我覺得現代的人孩子都只有一個、兩個。以前女孩子一定要照顧小孩、一定要生育，然後照顧小孩好像不是男人的事，只是女人的事，現在這個想法也逐漸在改變。年輕人想法也有改變，孩子也生得少，而且現在人活得久，事業線也拉長。所以我覺得女性生兒育女和事業衝突的障礙逐漸在消失，和男性逐漸在平等位上競爭。以前在我同年齡的人，讀數學的女孩子有很高的比例要嘛就是沒有結婚或者是沒有小孩。可是現在年輕一輩的想法不一樣，我看到我周圍年輕的學生都結婚有小孩，想法改變了。這跟先生的想法改變了也有關係，是一種配合。

許元：這一部分是改變了。不過剛剛張院士提到的永久職位制度的問題確實是值得我們好好思考。因為審查的時間剛好跟女性生育期重疊，即使延後兩年也是非常短的。因此，我們在修定這種制度的時候可能要做一個更長遠的考量。

張：是。而且數學跟別的行業不一樣。我常常聽到其他領域中間停了 5 年還可以回來工作。數學中間停了 5 年再回到學術幾乎是不太可能，如果中間生育中斷了一陣是很難回來的。

許元：所以如果我們現在也讓她中間停 5 年，那她就更難回來做研究。

張：這個議題在美國也有很多討論，很難解。也許可以容許女性「半職」或「不全職」更多一點，把時間拉長。譬如說我在 UCLA 做事的時候，UCLA 是一年有三學期的學制，制度上允許，每隔六學期就可一學期(「輪休」)不教書領三分之二的薪水。我的同事都是把它積成 9 個學期，就會有一個學期可領全薪不教書。可是我每次都是一有機會就馬上拿三分之二的薪水休假，因為我覺得時間對我非常重要，尤其在我小孩小的時候。我覺得上述這種輪休制可能對女孩子要多一點，讓女孩子多一個喘息的機會，讓她繼續工作，把時間拉長。其實，除了這種「永久職位」外在因素，我覺得數學對女孩子是很合適的，因為數學是一個靜靜思考的學問，很適合女孩子比較沉靜、容易思考的特性。另一個讀數學的好處是數學沒有實驗，有些學術學科需做實驗，工作地點被實驗室地點鎖住，時間很長。數學可以就在廚房邊做，只要有一紙一筆便可以攜帶到許多地方去。所以其實數學研究是一個適合女孩子的行業。這是我個人的看法。

宋：老師您認為數學研究工作跟您的個性有關係嗎？

張：當然有，我的觀察數學就跟藝術有點像，你所表現出來的東西是你的一個選擇，所以你本人的氣質，你本人的喜好都會透過你的工作表現出來。有時候看那個人的工作，你就知道這個人的個性，有的人喜歡比較活的東西，有的人喜歡圖，有的人選題目和研究的方向比較功利派，這都跟個性有關係。

許：在此再度恭喜你當上院士。當上院士以後不知道您有沒有比較長期回臺灣的規劃？

張：其實前幾年我就很想每年都起碼回來 1-2 個月，可是後來我做了系主任，中間就停了 3、4 年沒有辦法每年回來，現在開始我覺得我每年會回來一段時間，我希望跟國內的數學界建立一個比較密切的聯絡及合作的關係。

許：你有沒有類似李文卿教授一樣比較長期在臺灣的規劃？

張：這個事情因為牽扯到我跟我先生兩個人的工作，需要比較通盤的考慮。我們這次回來差不多要待兩個月，我們也在逐漸看看我們多麼的習慣這裡的生活，以及國內學術界對我們的需要，再做比較長期的打算。

許：國內還是需要一些好的人來訓練好的學生。

張：我每年幾乎都回來，因為我父母都在這，只是過去因公私兩忙，每次都只做較短的停留。

許：我們這種年紀通常父母需要多一點的照顧。

張：是，我也覺得要多跟他們在一起。這方面來講，我父母和唯一的弟弟全家都在臺灣，只有我一個人在美國，所以臺灣是我的家。

許：這次你當選院士前，這邊的報紙都把你寫成你是臺灣培育出來的人才，大家都說您又當美國院士，所以當選院士呼聲最高。你當上院士我們就對你有些期待，希望你回來停留的時間可以比較長一點，我們的學生就可以學到多一點東西，比如在理論中心開授比較長期的課。

張：我這次做的努力就是在清華大學、理論中心及中央研究院都開了一些”短期”課。我希望知道國內的需要、學生的環境，我才知道要怎樣的配合。不過這次開課有很多學生，我看了很高興。

宋：這次我們特別避開學生考試的時間。

張：這次我在中研院和建平也開了一個系列演講，我在這邊也開了一個短期課程。

許：你們兩位一起回來的話就是多了兩個人力。

張：我們還在嘗試的階段，並且發現國內環境各方面都蠻好的。

許：國內的環境當然是不錯，但是我們還是希望能有好的年輕人來接棒。數學還是需要少數好的學生，不需要太多的學生。

張：長程來講，這的確是個問題。我在國外就看到臺灣現在出去的學生越來越少。像現在諸位都是在國外唸博士然後再回來的，將來這樣的來源會比較少。所以國內的數學界將來怎樣繼續維持下去是一個問題。

許：當然我們可以自己訓練學生，但是二十多年來，我們自己訓練學生成功的例子就只有 2-3 個而已。像是陳俊全和張介玉就是很成功的例子。

張：可是我個人的感覺是從臺大或清大出去的學生、在國外做得很好的很多啊。一般來講，我們的基礎教育是沒有問題的，只是人數上現在越來越少。

許：像許元春也有一個很好的學生—陳冠宇，上面這些學生都是少數。搞不好我們在這邊每 10 年才碰得到幾個。

張：你們覺得國內政府的支助是夠的嗎？像是經費，因為現在中國政府是大力支持科學發展，所以他們的人數非常多。

許：政府對科技的支持主要是透過國科會運作。我們期望國科會對國家科學的支持必須站在一個比較宏觀及長遠的立足點上來看這件事。特別的，我希望國科會了解理論中心本身就是一個 excellent center，是要發展一些重要的學問及新領域。今年理論中心的經費才 7500

萬，還要除以 2 才是數學的。

張：相對於國家花在其他地方的錢，理論中心其實花的很少。

宋：最後我想請您談一下您對數學及人生的看法？

張：我覺得我非常幸運，我高中畢業在大學選讀數學，但其實那時候對數學真的是一知半解。進了數學系之後我是一直都很喜歡數學，讀了研究所之後也還是很喜歡，所以我的人生面一直很單純，都是在一條線上走。直到現在也還是如此，有時候我想我已經 60 幾了，剩下的時間、精神，我要做什麼？憑良心講我只想好好做點數學研究，我覺得對我而言，最富挑戰性，也最有興趣的事，是把一些我長久在思量的問題做深入的研究，就是一個很單純的人生。如果我有甚麼辦法鼓勵有興趣做數學研究的年輕人進到這個行業來，尤其是女孩子，我願意多盡一點力量。像我現在回普林斯頓去，我心裡打算要做一些義務的工作，那我可以做甚麼呢？我願意去高中生的“數學俱樂部”，在周末的時候為有興趣的年輕人做一些數學輔導。另外，我覺得臺灣校際之間的聯繫可以再加強一點，比如說中研院跟臺大數學系，或者是清大數學系跟理論中心，合作還可以加強一些；如果我有可以盡力的機會，我願在這方面做些努力。

許：這我們有在做。

張：最後我想與大家分享一個看法。我常覺得數學研究的性質介在科學和藝術之間；工作標準首重「原創性」及「獨立性」。數學要長期發展，「多元化」非常重要。數學界的領袖及同仁們，在評量別人的工作時，不應以門派為重，應尊重每個人的獨立與完整人格，以求數學的全面發展。

謝謝大家的採訪，我們相談十分愉快。

## 六、再談大學數學教育—張聖容院士

受訪人：美國 Princeton 大學數學系張聖容教授（簡稱：聖容）

訪談人：國立台灣大學數學系張鎮華教授（簡稱：鎮華）

國立交通大學應用數學系許元春教授（簡稱：許）

訪談日期：2013 年 2 月 20 日（星期三）

聖容：我在 UCLA 教過 18 年書，在 Princeton 也差不多有 12 年的教學，這兩所大學各有不同的特色。因為我只在 Princeton 做過系主任，我只講在 Princeton 的經驗。在 Princeton 學生進來是不分系的，到大二下學期、大三、大四才決定主修(major)。大部分學生進來的時候已經先大致想過未來要在文學院或是理學院，除此之外是沒有決定的。學生在大一、大二選課的時候，也會考慮將來的主修要求。

我們教育的原則是通才教育，這是學校的一個基本原則。就是說大學生的教育一定要全面性，所有理工科的學生一定要學很多人文課，所有人文科的學生也要學很多理工課。比如說大一和大二的學生每一學期選四門課，即使將來準備念理工科，最多只有兩門是理工科的課，其他兩門一定是人文方面的課。因為我們學校規定每個人都要選數學，所以我們系開的課有兩種，一個是針對主修數學學生開的課，一個是我們的服務性課程(service course)。像給工學院、生物系還有給人文科學開的課都叫做服務性課程。我們大一、大二有很多服務性課程，到大三、大四以後就都是開給主修數學的學生修的課。開服務性課程的時候，我們把學生大致分成三類。第一類是學生很明顯將來是學數學跟物理的，通常這類學生很少。第二類是理工科的，有可能將來讀工、數學或是生物。第三類是要讀文科的。其實我們針對第三類開的服務性課程，通常非常非常受歡迎，在學校是供不應求的。而且我們開給主修人文的課通常是系裡最好的教授，學問最廣，年輕。像我們系裡的一個明星教員叫 **Manjul Bhargava**—是教數論的，這位教授現在只有 35、36 歲，學問非常廣，口才非常好，他常常開大一新生課。他開的課叫做 magic number，是數論裡面的 magic number。可是他這個 magic number 主要是介紹數字與語言學、數字與音樂的關係，並且他要學生做實驗—配合音律跟數論之間，還有 computer 教育。所以每年很多學生要選這個課。通常 Princeton 很少大班教學，小班一班通常 25 人，可是他那班限制 100 人。因為需要電腦教學，我們供應他 4 個助教。像這種課表面上跟我們數學系是無關的(因為這些學生將來多半不是主修數學)，可是我們覺得這樣的課對我們非常重要，尤其是學文科的人，可能一輩子就只選過幾門數學課，他們對數學的觀念就只靠這兩三門課。我們覺得這是我們系對大眾的一個命脈，也是我們數學系在全校形象非常重要的課。開給人文學生修的服務性課程我們每年都要開兩、三門，系裡投入大量的配合資源。**Manjul Bhargava** 要求 4 個助教，我們就給他 4 個助教，他還要求一個教員跟他一起編材料，我們也配合。所以這門課我們已經花了 2 個教員，4 個助理，這樣的課我們支持。

現在我們主修數學的學生大概每一年有 40-50 位，我們系全部大概有 100 個學生。

鎮華：微積分是服務性課程嗎？

聖容：微積分是大一和大二的課，算是服務性課程。我們那邊的制度跟別人不一樣，因為我們

是私立學校，學生繳交很貴的學費，學生是很嚴格的被選進來。所以我們的班都是小班。我們的 Calculus 一班不超過 25 人，都是小班教學。服務性課程除了微積分以外也教淺近的 ODE，還有淺近的數論。還有一種是跟物理系合開的 Calculus，他們教一半，我們教一半。是從應用角度出發，可是比一般 Calculus 高一等。

給主修數學學生的課就開很多。我們系傳統上所有的教授都要教大學部課程。我們以前是 2/2，一年教 4 門課，兩門大學部課程，兩門研究所的課。最近我做系主任才把它換成 2/1，可是大家都有一個公約，一定是 50% 是大學部課程，50% 是研究所課程。即使是很大牌的老師也是這樣，所有人都一樣。平均來講，你可以今年教兩門大學部的課，一門研究所的課，明年就要反過來。就是說你兩年下來平均一定是 50% / 50%。所以我們大學部開了很多數學課。像我們有四門分析系列課(Fourier Analysis、Complex Analysis、Real Analysis, Functional Analysis)。我們還有數論系列的課。我們有一些課我們叫 bridge course。bridge course 是大四的學生跟研究生一年級的學生都可以選的基礎課。通常上學期教大學水平的內容，下學期教一點點研究所的內容。大四好的學生就可以選這樣的課。所以我們有很好的學生，通常這些學生我們還要求他們做論文。

早年我們收研究生的時候，東南亞或外國學生比美國學生好很多。但是現在情況不大相同。因為最近幾年美國的學校，像是哈佛、密西根這些頂尖的學校，有一部份的學生大四要寫論文(senior thesis)。是老師一對一個別指導的。有的人偏向讀文章(或書)，有的人做新的題目。學生在申請研究所的時候，會有老師寫信，並且講述他的研究。所以現在我們的檔案裏面最強的學生逐漸變成美國學生。因為東方學生，像是北大或是台灣來的都是選了很多課，除非已經唸過碩士，否則沒有什麼研究的成績。反而是美國畢業的學生有專家評論，有的論文做得很出色，有很頂尖的學生爬得很快。所以最近幾年我們有越來越多的美國學生，東方學生反而失去競爭力。

鎮華：論文課程(senior thesis)是必修還是選修？

聖容：選修的。通常要讀研究所的人才會選。對學生來講，他們也是想知道他們適不適合做研究。通常我們在大三學期完的暑假，系裡有特別的獎學金提供學生兩個月的生活費，將來要選論文的學生就願意暑假留在學校讀書，到大四就可以開始做論文。

鎮華：臺灣的工學院，長久以來就把這個課當作必修。幾年前我當系主任的時候，我就開了這個課，但是我不敢像工學院那樣，把它變成必修。學生來修的不是那麼踴躍，可能他們沒有一些動機說做了會有什麼好的回饋，像你剛才講的好處可能學生都不曉得。另一方面我不曉得你們做這麼多事情，系裡面有多少位老師？

聖容：這也是我們一個長期的問題，這也是我把 2/2 換成 2/1 的原因，因為個別指導大學生的論文是不算在教學負擔裡面，是額外工作，就像指導博士論文一樣。

鎮華：這樣你要有足夠的人力才足以做這個事情，不是嗎？

聖容：所以我們主修數學的學生有 40-50 位以後，系裡的部分同仁覺得我們已經沒有辦法再多收了，因為這是資源和人力的一種分配。我聽說我們每年 40 個學生中大概有 20 個會做論文，那 20 個當中大概有三分之一會選外系的教授(譬如他到工學院去選一個教授做跟數學有關的論文，只要跟數學有關的我們都接受)。其他三分之二在我們系裡，所以每

年我們大概就有十來個學生選本系老師做論文，我們有 25 個正教授，部分助理教授也收大學生做論文，所以我們大概有 30-40 個人平均分配這些工作。

許：會不會有老師覺得大學部學生怎麼有能力做論文？

聖容：有的是指導念書，念文章，整理人家的文章，然後老師再指點一些新方向，所以論文的深淺是彈性的。

許：一對一的指導，老師對學生的影響就很大。

鎮華：你們有碩士班嗎？

聖容：我們沒有碩士班。

鎮華：這就可以省下很多人力。臺灣有一個非常大的問題是碩士班的學生非常的多，指導他們佔掉我們老師非常大的人力。

聖容：也許你們的碩士班就跟我們做 senior thesis 差不多。

鎮華：對，教育部在許多年前要我們擴大碩士班的招生，所以消耗掉非常大的師資人力。

聖容：即使像台大這樣頂尖的數學系也是要收很多碩士學生嗎？

鎮華：對。我認為這是教育部弄出來一個非常壞的制度。

聖容：我們沒有這個。所以我們是一邊去注意大一大二的普及化教育，一邊還想辦法培養數學系將來做研究的尖端人才，這是兩邊一起進行。這是我們的宗旨。

許：主修數學的學生只有 1/3 最後才走到數學研究，其他 2/3 的學生呢？

聖容：很多學生畢業以後都去工業界、金融界、Google 或科技業。

許：對主修數學的學生除了提供傳統數學的課程外，還有甚麼樣的課程要求？

聖容：我們也開很多應用數學課。我們的基本數學課程要求佔全部課程的比例不是那麼重(數學必修課我猜只佔比全部課程的二分之一，其他都是選修。)，所以學生有很多自由度，可以選很多外系的課。

許：臺灣數學必修課程佔的比率相對是高的，所以就擠壓到選課的空間。

聖容：在美國早年我讀研究所的時候就聽到很多人在討論，他們覺得臺灣或日本、韓國的教育，出來的學生平均比國外主修數學的學生選的數學課層次多一年到兩年。但是這種做法其長期的優點和缺點值得我們進一步的觀察。好處是學生一進來對數學都是純熟的，我有時候覺得美國學生怎麼剛開始都不會算，基本工具沒有我們純熟。可是美國學生一但決定念以後，他們很活。所以我們的優勢是剛開始的，後來很難講繼續擁有這優勢。

鎮華：您剛剛提到東方或者是臺灣的學生提早學習這個事情，其實不只是在大學，在國小開始就已經是這樣了。

聖容：這樣的好處是我們都很紮實。

鎮華：但是也有可能像您剛剛講的，一早就被緊繃得很緊，到後面的階段就上不去了。

聖容：學術研究是一個長期事業，出發點當然很重要，到最後那個動力也很重要。後力比前力更重要，所以要讓學生有興趣。我們的教育有很成功的地方，所以不是說都是很差的。我個人比較贊成像 Princeton 這樣的做法，你要做一個全面的教育，將來才會是一流的人才。因為我們將來在社會上做事，除了學問以外還有很多別的因素，人格的成熟、語言表達能力、人際溝通都是很重要的。這個是大學教育的一個宗旨。我想臺大應該也是

這樣，綜合教育。

鎮華：理論上是希望朝這個方向走，但是有沒有達成是另一回事。大學生要修 28 個學分的通識教育，但是有沒有完全達到理想就很難說了。

聖容：你們有沒有看過前一陣子去世的 Apple 創始人—賈伯斯的訪問。這個人很特別，他的家境不是很好，父母花了很多力量送他到奧瑞岡的一所學費很貴的私立大學就讀。他去大學念了一年之後，因為有很多學分學費很貴，所以他不註冊了。在這一年當中他住在學校附近，或甚至在同學的沙發擠著。他聽了很多課。他聽課的第一標準是他覺得這個東西有趣他就去聽，他反而不要主修或是學分。那時候他選了書法(甚至還有中文的書寫)，當時他覺得很有趣他就去選了。那門課日後對他在 Apple 電腦的設計排版上非常有用，他知道字體怎樣變大變小怎樣排才美。所以學生不要限制他們的發展，要讓他們挑有趣的東西學，將來什麼東西是有用的什麼東西是沒有用的是很難講的，學生覺得非常有趣的東西，願意花時間去學就是有用的東西。

許：AMS 前主席—Eric Friedlander 於 2013 二月份 Notices 的訪問裡提到數學未來整體發展的一些憂慮。特別地，他對美國大學的數學教育感到特別憂心。從您在美國大學任教的多年經驗，你覺得美國的大學數學教育有什麼特別值得擔憂的地方？

聖容：一般來說大學生程度在降低並且學生集中力的時間比較短，不願意選數學這種需要長期花功夫才學得好的東西，所以很多地方都要開很多補救的課。我們要好好檢討學生程度降低，集中力時間短這兩件事情。學生程度在降低，我們要想辦法，另一方面我們要改變我們教育的方式。比如說以前中國人都要練書法，花很多時間來練字，這需要很多功力很多定力，逐漸這個東西就變落伍了，沒有人要去學這個東西，我們要小心我們的數學教育也變成這樣。現在電腦發展的這樣快，如果微積分還要像以前，花太多時間教大家練習計算的技巧，由此看來如此學微積分也許是不合時代的。

許：2012 數學年會時舉辦的「系所發展經驗交流座談」(詳細內容請參考 2013 年 3 月份數學會電子報)也充分的反應剛才講的事情。臺灣於 90 年代大量增設大學再加上人口減少，所有的學生都進入大學，學生的程度就相對降低。另外，現代年輕人因為好奇的東西太多了，集中力及學習熱情相對也降低了。

聖容：對啊，而且現在的東西都變化好快，像電影都是快節奏的，但是數學學習就快節奏不起來，所以學生就不容易耐下心來學這樣的東西。

許：Friedlander 於文中也提到所謂的 MOOCs (Massive Open Online Courses)，不知道你對這方面的了解有多少？

聖容：我所知道的是現在有一些人把史丹佛、Princeton 最好的教員講的課錄影下來，或者製成 computer program，讓大家可以免費下載，可以自學。我對這件事情是非常贊成的，有一部分人覺得既然微積分以後都可以上線，也許教員的基本飯碗就丟了，就沒有人來選課了，我覺得這個問題是不存在的。我覺得一個東西越多人用就越受歡迎，讓別人有接觸的機會，就會越有興趣，將來選數學的人就越多。另外一方面我的感覺是線上學習效果不會太大。我覺得真的會線上自己選課的都是動機很強的學生，大部分的人學習過程當中都需要在教室裡面跟同學互相切磋。

許：台灣現在也有很多開放式課程。開放式課程不會取代我們的工作，但是它是非常好的學習輔助工具。所以我覺得我們應該積極參與，把開放式課程的內容做的更好，更有吸引力。

聖容：是。像 MSRI 就有一個線上資源網，它有系統地把每個人的短期課程都錄影，然後編成影片，可以隨時進去查。我個人就受益無窮，我有時候想學一個課題，我就進去查，然後我可以重複的觀看，看不懂的地方也可以回來再看，這個效果當然是好的。

許：有一年我當大一的導師，學生在高中以前都沒接觸證明，我問他們現在如何克服數學證明的困難。學生說他們剛開始上課也都聽不懂老師到底在說(證)什麼，後來課後重複看上課的影帶，他們就慢慢學會了。所以開放式課程式也可以是輔助數學學習的一個有力工具。

聖容：對。如果設計好的話可以有很好圖像或結合電腦，學生會更有興趣。所以這個東西將來絕對是我們教數學的一個方向，不會取代老師。因為要花很多的人力去設計教材，我覺得會更需要老師。也許學數學就跟 play video game 一樣，學生就比較有興趣。例如幾何能跟電腦配合就會有很多學生想學(比如說現在美國電影界的動畫或年輕人喜歡的 video game 很多都跟幾何有關)。如果讓學生覺得是很有用的課，很多人就願意學。我現在很多同事私下教小孩也都在網上下載教材。

鎮華：因為現在太方便了。

聖容：有的教材非常好。我覺得這一方面臺灣是可以發展的，因為臺灣有很多電腦很好的人才。而且這樣的教學可能學生會比較喜歡。我現在到圖書館去看每個人都坐在電腦前面。

許：上次訪談(詳細內容請參考 2013 年 3 月份數學會電子報)您也提到，現在所謂受過數學教育的人，除了微積分以外，計算的能力及對統計跟機率有粗淺的認識都是同樣的重要，您能不能就這點多談一些。

聖容：就我個人的體會，我覺得數學本質已經在改變了，我們以前通常是很精很深，看的比較局部性。現在因為電腦的發展，資料量很大，應用的範圍很寬，所以現在做數學的年輕人都會注意數學用在哪兒。處理及分析大量的訊息(information)是一個主要的數學方向，因為以前不能做的事現在開始能做。我們處在一個比較關鍵性的時代，年輕人向前看天地變得很快，數據很多，數學發展性是放射性的，所以要以比較大的眼光來看這個事情。所以電腦的知識是數學的一部分，也可以說數學是電腦的一部分，我們很需要運用這個工具來做一些事情或者解決很基本(fundamental)的事情。也許我比較像應用數學家吧。現在其實大部分 pure math 的人，憑良心講對統計或應用數學都不了解，覺得應用數學比較不深入。這其中有一個原因是很多做應用數學的人只是講了一些名詞，而不是解決實際問題(attack real problem)。應用數學的報告，如果是真的解決實際問題的話，大家是很歡迎的。

鎮華：很感謝您這個重要的看法。教育本來就是一個相當複雜的事情，它牽涉的層面是非常廣也非常的深，並且我們必須隨著時代的進展及環境的變遷來調整教育的內容及方式。很感謝您在大學數學教育的一些重要面向上提供了您寶貴的經驗和看法。我們期待它能作為國內大學數學教育變革的一份重要資糧，同時也希望能有更多人能一起來探討大學數學教育的不同面向並分享其經驗。