

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\ln x)^2}{\ln(\sin x)} \quad \left(\frac{\infty}{-\infty} \right)$$

$$\text{L'H} \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2(\ln x) \frac{1}{x}}{\frac{\cos x}{\sin x}} \quad \left(\frac{-\infty}{\infty} \right) \xrightarrow{\text{L'H}} \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{2 \left(\frac{1-\ln x}{x^2} \right)}{-\csc^2 x} \right) \quad \frac{\infty}{-\infty} \\ \text{or} \end{array} \right. = \text{繼續用 L'Hopital 只會更複雜 得不到結果}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{\sin x}{x} \right) \left(\frac{2 \ln x}{\cos x} \right) \quad \left(1 \cdot \frac{-\infty}{1} = -\infty \right)$$

$$\text{or} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x} (2 \ln x) \sin x}{x \cos x} \quad \left(\frac{-\infty \cdot 0}{0} \right) \quad \left. \begin{array}{l} \text{不知是否} \\ \frac{0}{0} \text{ 或 } \frac{\infty}{\infty} \\ \text{不能直接用 L'Hopital} \end{array} \right\}$$

需先確認 $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln x) \sin x = 0$, 故為 $\frac{0}{0}$

可再用 L'Hopital, $= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \left(\frac{\sin x}{x} + \cos x \ln x \right)}{\cos x - x \sin x} \quad \left(\frac{2(1-\infty)}{1-0} = -\infty \right)$