

數理思維

第六講：共同知識與常規

回顧：共有知識與共同知識

上回我們談「知識」以及邏輯學裡的「共有知識」、「共同知識」概念，並藉由例子討論了它們的區別：

定義：（邏輯學）給定一群體

共有知識(mutual knowledge)是所有參與人知道的知識

共同知識(common knowledge)所有人知道，所有人知道其他人知道，所有人知道其他人知道其他人知道.....的知識

「共同知識」概念首次出現於哲學家David K. Lewis (1941-2001)的著作“Convention: A Philosophical Study(1969)”，探討「人們交流與行為的基本規則」相關哲學問題。

數學與共同知識

數學「知識」是建立在公設與公理的基礎之上，而定義、公設、公理、有效邏輯是論證過程所需的「共同知識」。

以平面幾何為例：

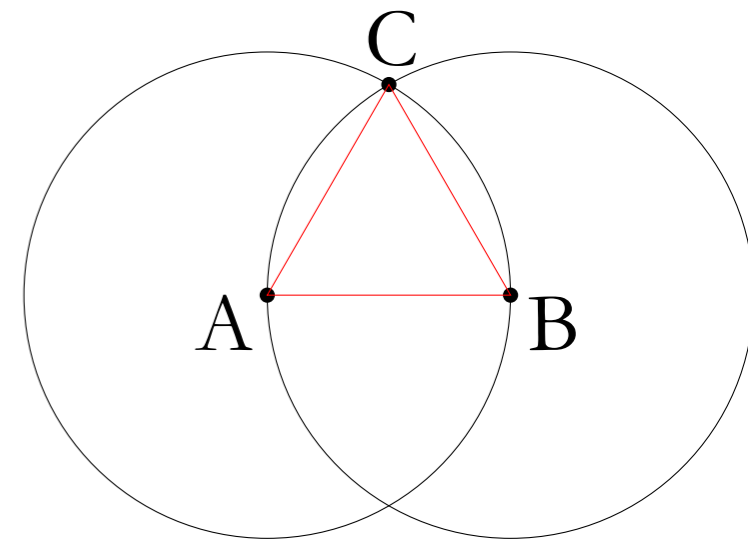
命題：存在正三角形。（幾何原本·命題一）

證明：給定平面上半徑相等的兩圓，彼此經過對方圓心。令兩圓的圓心為A、B，交點為C。

因B、C在以A為圓心的圓上，故線段AB等於AC；

因A、C在以B為圓心的圓上，故線段AB等於BC；

故三角形ABC每邊長均相等。



外顯(explicit)知識
共同(common)知識
內隱(tacit)知識

數學與共同知識

「存在正三角形」之證明利用了：

「圓是平面上與某點(圓心)等距離(半徑)的集合」(定義)

「正三角形是每邊長均相等的三角形」(定義)

「圓能以圓心和半徑來描述」(公設)、

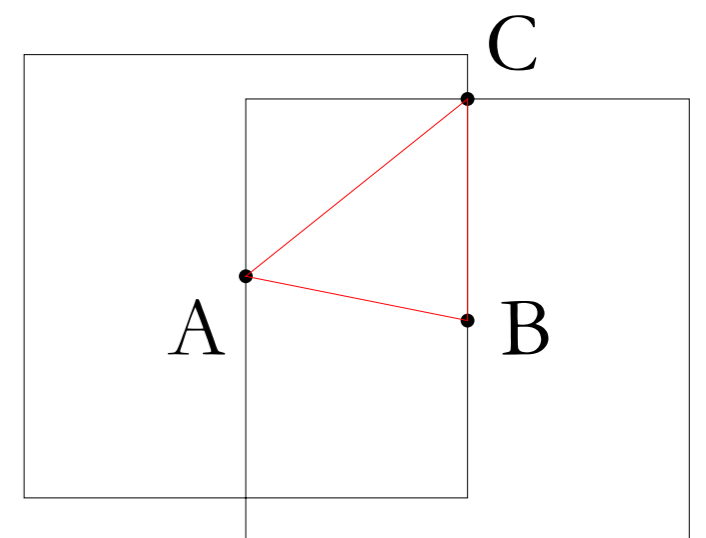
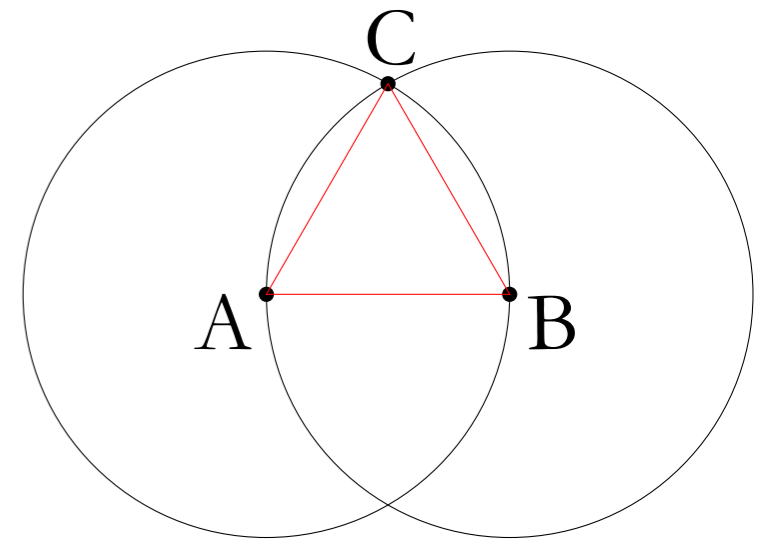
「 $P=Q, Q=R \Rightarrow P=R$ 」(公理)

歐幾里得的《幾何原本》中沒有明確定義

「距離」。用 $d(x,y)$ 表示 x 、 y 的距離，滿足以下條件的函數 d 符合任何關於距離的論述：

1. $d(x,y) \geq 0, d(x,y) = 0 \Leftrightarrow x=y$
2. $d(x,y) = d(y,x)$
3. $d(x,y) + d(y,z) \geq d(x,z)$

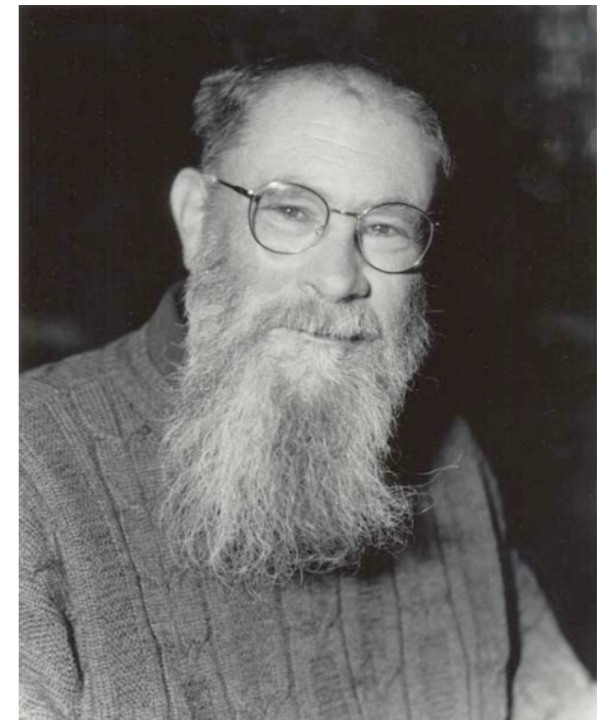
若採用「橫軸與縱軸座標的最大差值」為距離定義，則上圖非正三角形，下圖為正三角形



常規 (Convention)

我們對許多基本概念有共同的理解（例如前述的圓、三角形、距離），是因為這些理解來自共同的習慣、經驗、教育、信念、利益...。這些共同的理解，成為我們的共同知識，作為人與人溝通互動的規範或規則，稱為「常規」(convention, David K. Lewis 1969)。

簡言之，常規是**符合大眾共同利益或信念、且為共同知識的規範**。



D. K. Lewis. Source: Department of Philosophy, Princeton University

常規 (Convention)

常規的較完整定義：

一群體面臨反覆的情境，具備下列共同知識，則稱規範R為**常規**：

(1) 每個人都遵循R

(2) 每個人都預期其他人遵循R

(3) 若有一人不遵循R，他改成遵循R符合眾人期望

(4) 若規範R'與R衝突，僅一人遵循R，其他人遵循R'，則遵循R者改遵循R'符合眾人期望

根據(3)，個人無法因單方面改變行動而受益，所以「常規」可視為納許均衡解(Nash equilibrium)的特例。

根據(4)，R是可被取代的，所以不一定存在最符合整體利益的規範，或者有多個最符合整體利益的規範。

知識領域與常規

數學界將「採用特定的定義與公設」視為常規。依據標準或非標準的距離定義，會有不同的推論。

依據歐幾里得的公設，可建立歐氏幾何學，改變平行公設，則可建立非歐幾何學。只要邏輯上不矛盾，定義與公設都可被取代。

其他領域在一定程度上有類似機制：學門中有具備高度共識的基礎做為常規，藉以發展該領域。

「常規」的模糊地帶是產生爭議與誤解的關鍵因素。
(eg. 人權、正義、道德、性別...)

課堂活動：默契的建立（一）

兩人為一組，猜拳10次，兩人出拳相同時小組得1分，出拳不同時得0分，不可事先商量，儘量得高分。紀錄得分情況，看看得分的變化。

若開始出拳相同，彼此會傾向於繼續出一樣的拳，於是默契建立。

若開始出拳不同，有些人會保持不變，期望對方下一輪出自己這輪出的拳；有些人則會改變，下一輪出對方此輪出的拳。若兩種想法各有一人抱持，則默契建立。若兩人抱持同樣想法，兩人默契會在一人先放棄該想法後建立。

拳本身沒有好壞之分，當默契建立，例如出✌️，下一輪出✌️成為兩人之間的「常規」。

課堂活動：默契的建立（二）

二至四人為一組，每人選擇1-10之間的整數，所有人選擇數之和若超過10則得0分，和小於或等於10則平均數為每人得分，不可事先商量，儘量得高分。紀錄得分情況，看看得分的變化。

與前例類似，個別數字沒有好壞之分，只要默契建立，成為小組間的「常規」，便符合每一位成員的利益。

協力划船 (David Hume, 1738-40, 人性論)

甲乙兩人協力划船渡河，兩人如果節奏不同，會讓船不能平穩前行，如果節奏相同，則可平穩前行。

平穩前行是兩人的共同利益，前行一段後自然達成默契，以相同節奏前划。

節奏本身沒有絕對的好壞，默契達成後的節奏成為兩人協力划船的常規。

換成其他的人協力划船，此常規需重新建立。

行車規範 (David K. Lewis, 1969)

有些行車規範屬於共同知識，例如「車應該開在馬路右邊」。我知道車應開在右邊，我知道其他駕駛知道車應開在右邊，我知道其他駕駛知道我知道車應開在右邊 ...。

每個人都靠右開，並預期其他人也靠右；若有一人違反，我們期望他改成靠右；若共識改成靠左邊，僅有一人將車開在右邊，我們期望他改成靠左。

結論：「車應該開在馬路右邊」是常規；在日本、英國、澳洲等，此常規變成「車應該開在馬路左邊」。

約會博弈

張三與李四在數理思維的課堂上認識，兩人互有好感，相約課後一起喝咖啡。張三是化學系的，待會還有化學系的課，李四是經濟系的，待會還有科管院的課，所以約5:30-5:40見面。可是忘了說在哪間咖啡屋，且沒有聯絡方式。

假設學校有三間咖啡屋可選：路易莎(離化學系最近)、台積館咖啡(離科管院最近)、胖達咖啡(兩者之間)。三間距離不近，約定時間內只能選一間。他們都期待約會，該怎麼做？

類似建立默契的遊戲，咖啡館沒有絕對的好壞，重點在兩人要選擇同一間咖啡屋，才符合共同利益。

約會博弈

任何一方都有去任何一間咖啡屋的理由。若無聯繫方式，兩方可藉由反覆揣測對方，成功的經驗使其建立默契，使「下課後在XX咖啡屋見」成為兩人之間的常規。

縱軸表示張三的選擇，橫軸表示李四的選擇，收益矩陣如右。有三個明顯的納許均衡點，雙方在這三點的收益相同，這類博弈稱為**完全協調博弈**。

| 張\李 | 台積 | 路易莎 | 胖達 |
|-----|-----|-----|-----|
| 台積 | 1,1 | 0,0 | 0,0 |
| 路易莎 | 0,0 | 1,1 | 0,0 |
| 胖達 | 0,0 | 0,0 | 1,1 |

課堂活動：默契的建立（三）

類似前面的活動，甲乙兩人出拳不同時得分。

一個布一個拳頭時，布得3分，拳頭得2分；

一個剪刀一個布時，剪刀得4分，布得1分；

一個拳頭一個剪刀時，拳頭得3分，剪刀得1分。

儘量得高分。紀錄得分情況，看看得分的變化。能否建立默契？

若達成默契，你們建立了什麼樣的常規？

與前次不同，出現不合作的誘因，不一定能建立常規。

容易達成的常規有三：一是輪流出拳頭和布，二是輪流出剪刀和布，三是輪流出拳頭和剪刀，前二者有較高的長期收益。

約會博弈

修改剛才的約會博弈如下。張三最喜歡路易莎，因離化學系最近，其次喜歡胖達咖啡，較不喜歡台積館咖啡，因為最遠。李四的偏好剛好相反。收益矩陣如右表。

| 張\李 | 台積 | 路易莎 | 胖達 |
|-----|-----|-----|-----|
| 台積 | 1,4 | 0,0 | 0,0 |
| 路易莎 | 0,0 | 3,1 | 0,0 |
| 胖達 | 0,0 | 0,0 | 3,2 |

雖然仍有一樣的三個**明顯**的納許均衡點，現在的情況變成利益部分一致，類似剛才的活動，無溝通的情況下較不易建立常規。

事實上，存在均衡的「混合策略」，各自用一定概率出現在自己最喜歡、次喜歡、最不喜歡的選項。（期望效益不一定相同）

判例法與習慣法



英美法系以判例法為主要的法律淵源；在無明確法條時：

「遵循慣例」為檢察官起訴與法官宣判的常規，

「遵循先例」為無慣例時之常規。

若無先例呢？

民法第一條：「民事，法律所未規定者，依習慣；無習慣者，依法理。」

「習慣」作為常規：現行法律未規定，而在社會上有反覆實施之事實。

新的法條、判例會建立新的常規。

以緘默權為例，源於法理與慣例，出現爭議後有了新判例(eg. Miranda rights)，改變了原來的常規。

語言的運作

語言不僅是抽象的文字，文字構成的詞句被賦予了意義，人們對文字意義有了約定俗成的理解，成為解釋該文字與詞句的常規。我們對這些意義有共同理解，這些共同理解是共同知識，是語言交流的底層邏輯。(David K. Lewis)

「文字意義」為常規，但可能因文字帶有隱喻、多重含意等，使得實際內涵不一定是常規。

語言中常有含糊曖昧，並非語言的缺陷或不完美，而是語言中有利於社交互動的特質。(Steven Pinker, see reference)

Recommended Readings (👉 Required)

1. Steven Pinker: “What our language habits reveal”:
<https://www.youtube.com/watch?v=LjQM8PzCEY0>
2. Stanford Encyclopedia of Philosophy 條目 「Idiolects」
<https://plato.stanford.edu/entries/idiolects/>
Supplements: Lewis’s Theory of Languages as Conventions
<https://plato.stanford.edu/entries/idiolects/appendix.html>
3. Steven Pinker: “The Stuff of Thought: Language as a window into human nature”, 2007