

# 數理思維

## 第十一講：貧富差距



Manila's financial district in the Philippines 2017 (foreignpolicy.com 2019/05/17)

Q: 貧富差距與分配正義

# 社會危機：貧富差距擴大

以天下雜誌國情調查為例：

1. 「高達八五％的民眾認為貧富差距嚴重，其中非常嚴重佔了近五八％，對貧富差距的強烈感知在這兩年的國情調查中明顯上揚」——2008年
2. 「民眾認為貧富差距嚴重的比例高達九三・八％」——2014年
3. 「經濟不景氣、政治惡鬥、貧富差距擴大，已連續兩年蟬聯台灣最重大危機」——2016年
4. 「高達85.2％的民眾認為貧富差距嚴重」——2018年
5. 「國人認為政府最需要馬上改善的項目，『提升經濟競爭力』以30.8％居冠，『縮小貧富差距』以27.5％緊追在後」——2021年

# 貧富不均相關報告

“全球0.1 % 的人口,控制了22 % 的世界財富”

“全球0.9%的人佔有全球財富的39%”

(2011/6/2 波士頓諮詢顧問公司(Boston Consulting Group) )

“全球1%的人佔有全球財富的40%”

“全球2%的人佔有全球財富的一半”

“全球10%最富有的人擁有85%的財富”

“全球50%的人屬於較貧窮的人, 他們所擁有的財富不足1%”

(2006/12/5 聯合國世界發展經濟學研究院「全球家庭財富分布」)

“全球不到1%的人控制 46% 的財富，最貧困的 35 億人口占全球勞動年齡人口的 70%，僅有全球財富的 2.7%”

(2017 瑞士信貸全球財富報告 Swiss Suisse Global Wealth Report)

“美國3名富豪的財產，約等於美國一半人口的財富總和”

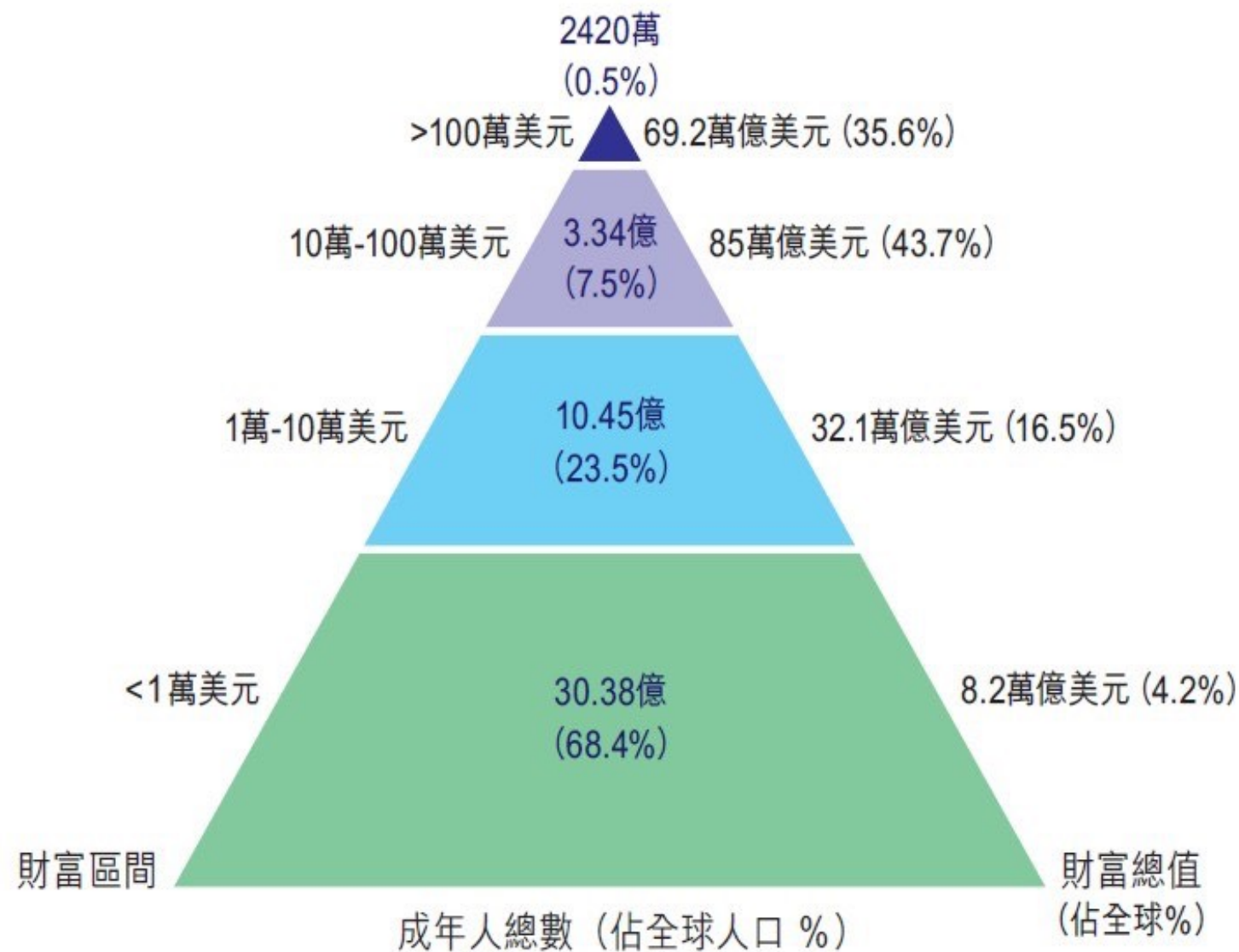
(2017 美國智庫「政策研究學會」 Institute for Policy Studies)

“民國110年最富裕的20%家庭財富是新台幣5133萬元，財富資產最少的20%家庭，平均每戶僅有77萬元；兩族群差距高達66.9倍” (主計處資料, 2024/05/03 中央社)

# 貧富不均相關報告

環球財富金字塔

信報



資料來源 瑞信《環球財富報告》

來源: 2010/10/3信報,  
引用瑞信「環球財富報告」  
(Global Wealth Report)

# 貧富差距促成社會運動

“有國有家者，不患寡而患不均；不患貧而患不安。”

——《論語·季氏》

近年一些與社會資源分配不均相關的社會運動：

2010 -2012 「阿拉伯之春」

茉莉花革命, 埃及革命, 利比亞內戰, 葉門起義, 敘利亞起義...

2011.2 「中國茉莉花革命」

2011.9- 「占領華爾街」

2011.10.15 「占領台北」 .....

2018 法國黃背心運動

問題：臺灣的貧富差距大嗎？

要思考這個問題，必須先有合理的貧富差距量化方式

## 合理的貧富差距？

貧富差距根據: 個人資產、家庭資產、年收入。

理想上，收入應適度反映能力、努力、重要性、市場需求等等，所有人收入完全相同非分配正義。

貧富不均是全世界普遍的社會現象

歷史教訓：過度不均造成社會動盪，過度平均阻礙社會進步

什麼樣的財富分配是合理的？

義大利經濟學家Vilfredo Pareto觀察到他的花園中約有20%的豌豆莢中含有80%的豌豆，而當時義大利約有80%的土地由20%的人口所有，這個20-80的法則在許多看似無關的領域中適用。

Pareto法則(1906)：80%的財富落在20%的人手中。

# 貧富差距的成因

自由派的經濟學家認為自由市場的供需法則會自然反映個人的「價值」，但是很少人認為那些製造經濟危機而又坐領高薪的投資銀行CEO，對社會貢獻度是正的；為人類文明提出革命性創新的人，很少有人成為富豪(A.Einstein, A.Turing, J.Bardeen, J.Watson, M.Hilleman, T.Berners Lee...)

財富不反映個人的價值與貢獻。

貧富差距的形成可以歸結為互相密切影響的三類因素：

**市場因素** — 供需法則、科技進步、資源成本、運輸成本、全球化...

**政治因素** — 產業政策、福利制度、稅法、專利法、尋租...

**社會因素** — 人口結構、工會與社會凝聚力、教育水準、歧視...

# 貧富差距的成因

一個試圖縮短貧富差距的政策，有可能適得其反！例如：

“...美國聯邦證券管理機關在1993年首度強制規定，公司必須揭露高階主管的薪資及津貼細節。這道命令的立意在於，一旦主管的薪酬待遇必須公開，董事會就不會給主管高得離譜的薪資和福利，希望藉此阻止主管薪酬的飆漲。過去不管是訂定規章、法令或由股東施壓，對此問題一直無法改善。而此風確實不可長；1976年美國執行長的平均薪資是一般工作者的36倍；到了1993年,這個比例已經高達131倍。...一旦薪資成為公開資訊,媒體便持續發布特別報導，按薪資高低為執行長們排名。資訊公開不但沒有抑制主管津貼的增長，反而讓美國的執行長們開始比較彼此的薪資,結果薪資更是飆上天價...現在的執行長平均薪資大約是一般工作者的369倍，約為強制公開主管薪資之前的三倍。”

—— Dan Ariely, 《誰說人是理性的》, 天下文化, 2008

## 貧富差距的量化與概率

市場力量與政府的角色，對貧富差距的擴大有決定性的影響，推薦 Joseph E. Stiglitz 著作《The Price of Inequality — How Today's Divided Society Endangers Our Future, 2012》(中譯本《不公平的代價 — 破解階級對立的金權結構》，天下雜誌, 2013)

我們僅考慮下面兩個問題：

1. 如何將貧富差距量化？
2. 運氣因素如何影響貧富差距？

## 課堂活動：貧富差距排序

| P.人名    | 收入  |
|---------|-----|
| Alex    | 300 |
| Alice   | 0   |
| Bob     | 0   |
| Betty   | 200 |
| Charles | 0   |
| Camilla | 300 |
| Dick    | 0   |
| Dora    | 0   |
| Eddy    | 0   |
| Emmy    | 200 |

| Q.人名    | 收入  |
|---------|-----|
| Alex    | 0   |
| Alice   | 200 |
| Bob     | 200 |
| Betty   | 0   |
| Charles | 300 |
| Camilla | 0   |
| Dick    | 300 |
| Dora    | 0   |
| Eddy    | 0   |
| Emmy    | 0   |

| R.人名    | 收入  |
|---------|-----|
| Alex    | 0   |
| Alice   | 100 |
| Bob     | 0   |
| Betty   | 100 |
| Charles | 0   |
| Camilla | 150 |
| Dick    | 0   |
| Dora    | 150 |
| Eddy    | 0   |
| Emmy    | 0   |

| S.人名    | 收入  |
|---------|-----|
| Alex    | 100 |
| Alice   | 0   |
| Bob     | 100 |
| Betty   | 0   |
| Charles | 150 |
| Camilla | 0   |
| Dick    | 100 |
| Dora    | 0   |
| Eddy    | 0   |
| Emmy    | 50  |

| T.人名    | 收入 |
|---------|----|
| Alex    | 50 |
| Alice   | 50 |
| Bob     | 50 |
| Betty   | 50 |
| Charles | 75 |
| Camilla | 75 |
| Dick    | 50 |
| Dora    | 50 |
| Eddy    | 25 |
| Emmy    | 25 |

考慮以上五組收入分佈。

請依收入分配不均程度排序 (例如： $P=Q>R=S>T$ 表示P,Q最不公)

假設第一字母相同者為一家人，請依收入分配不均程度再次排序

## 課堂活動：貧富差距排序

| P.人名    | 收入  |
|---------|-----|
| Alex    | 400 |
| Alice   | 0   |
| Bob     | 0   |
| Betty   | 100 |
| Charles | 0   |
| Camilla | 300 |
| Dick    | 0   |
| Dora    | 0   |
| Eddy    | 0   |
| Emmy    | 200 |

| Q.人名    | 收入  |
|---------|-----|
| Alex    | 200 |
| Alice   | 200 |
| Bob     | 50  |
| Betty   | 50  |
| Charles | 150 |
| Camilla | 150 |
| Dick    | 0   |
| Dora    | 0   |
| Eddy    | 100 |
| Emmy    | 100 |

| R.人名    | 收入  |
|---------|-----|
| Alex    | 50  |
|         |     |
| Bob     | 100 |
|         |     |
| Charles | 150 |
|         |     |
| Dick    | 200 |
|         |     |
| Eddy    | 0   |
|         |     |

| S.人名    | 收入  |
|---------|-----|
| Alex    | 100 |
|         |     |
| Bob     | 100 |
|         |     |
| Charles | 100 |
|         |     |
| Dick    | 200 |
|         |     |
| Eddy    | 0   |
|         |     |

| T.人名    | 收入  |
|---------|-----|
| Alex    | 150 |
|         |     |
| Bob     | 0   |
|         |     |
| Charles | 250 |
|         |     |
| Dick    | 200 |
|         |     |
| Eddy    | 150 |
|         |     |

考慮以上五組收入分佈。  
請再次依收入分配不均程度排序

# 貧富差距的量化判准

從前面的例子，我們歸納幾個準則：

1. Anonymity:

兩人財產互換，不應影響度量

2. Scale Independence:

所有人財產加倍，不應影響度量

3. Population Independence:

人口減半，若財富分配比例不變，度量也不應改變

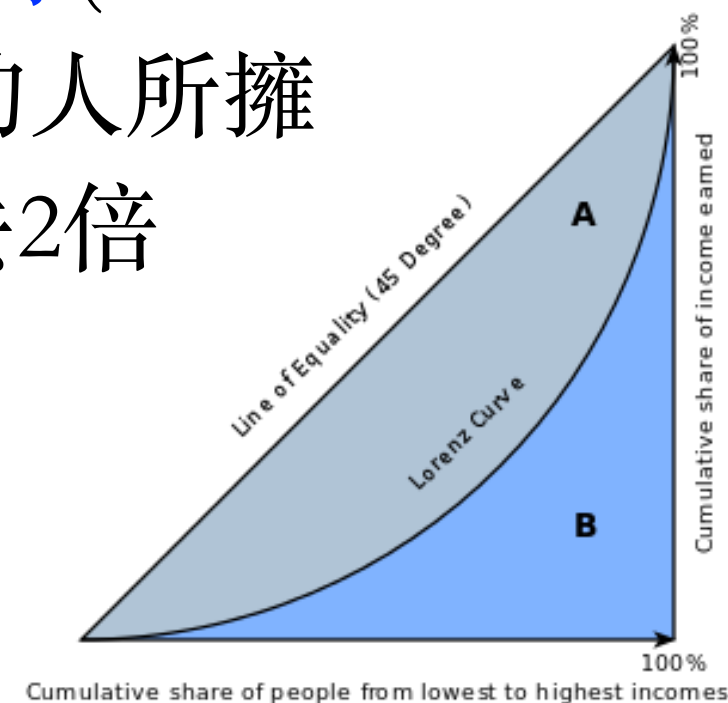
4. Transfer Principle:

富人將財產轉移給窮人，貧富差距度量應減少

# 基尼係數(Gini Index)

最常被使用的貧富差距量化指標是基尼係數(Gini coefficient, or Gini index)。令實際收入分配曲線(Lorenz curve)  $y=L(x)$  表示收入較低，佔人口比例  $x$  的人所擁有的財富佔總資產的比例。基尼係數是1減去2倍實際收入分配曲線下面積 (即圖中區域A與三角形面積比)

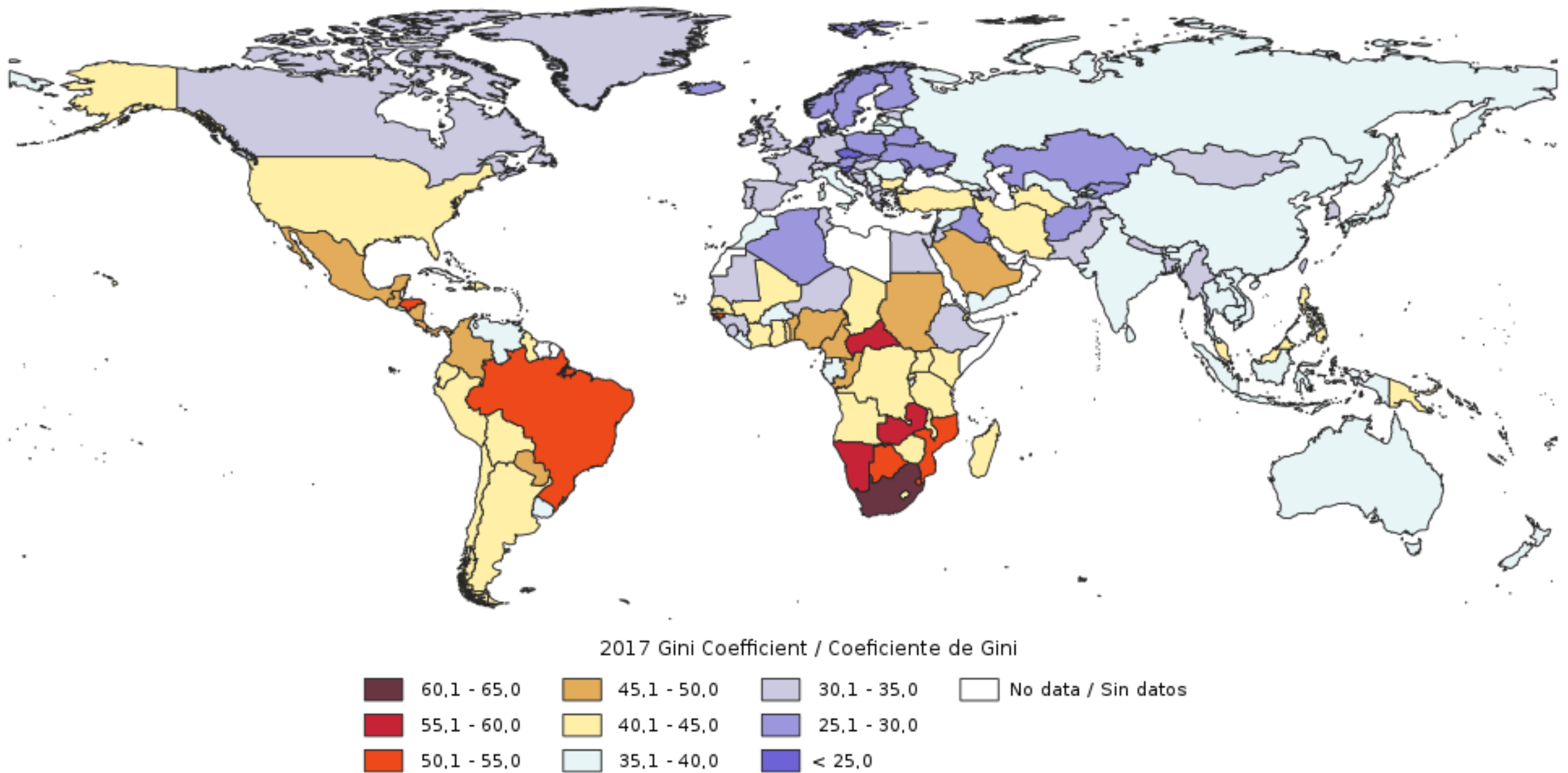
Gini index 滿足前述準則1.~4.



Gini index and Lorenz curve —  
From Wikipedia

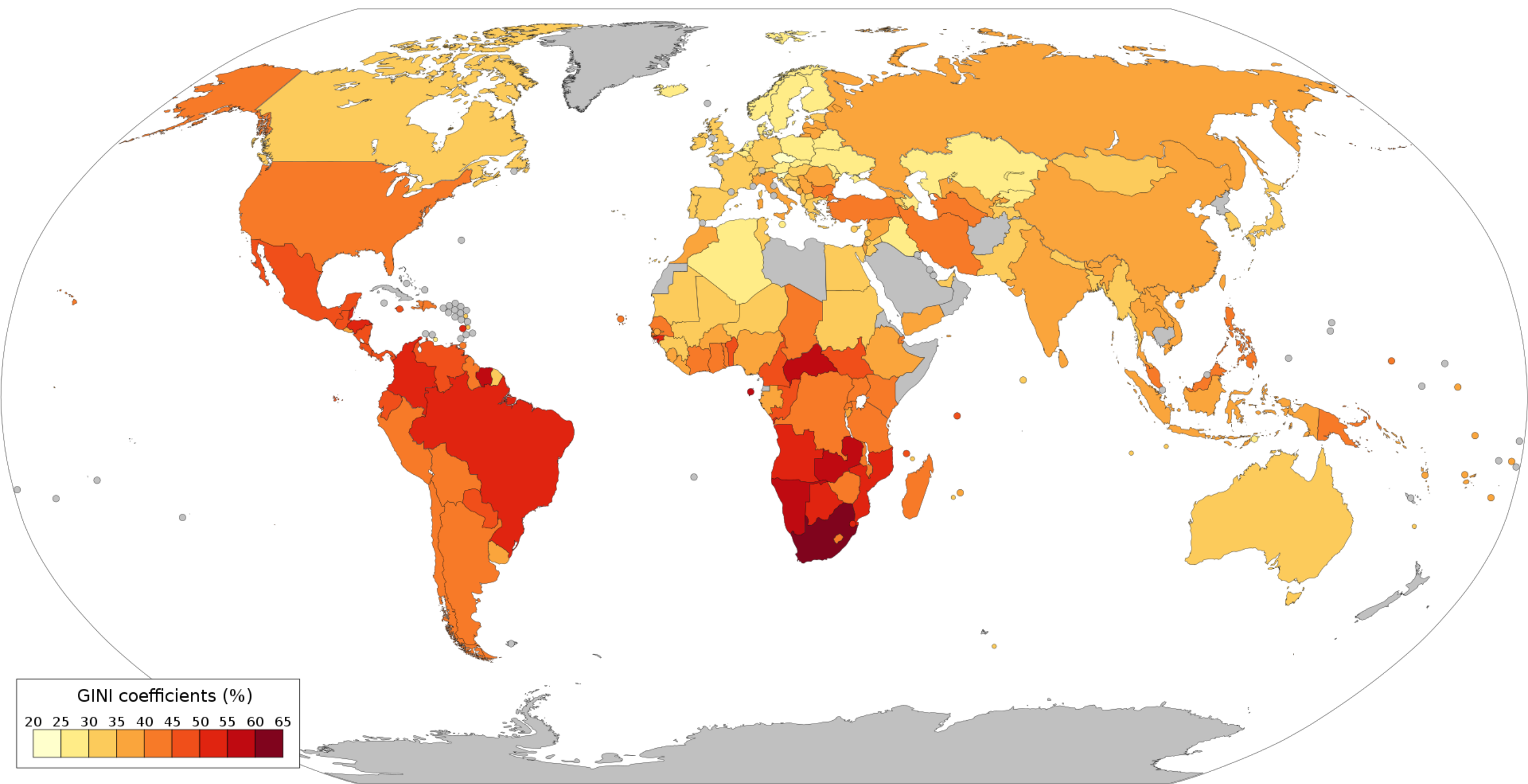
臺灣2010的基尼係數約為0.342 (行政院主計處)，  
2013年約為0.36 (經濟學人), 2020年約為0.34 (經濟日報),  
2022年約為0.342 (聯合報)

# 基尼係數(Gini Index)



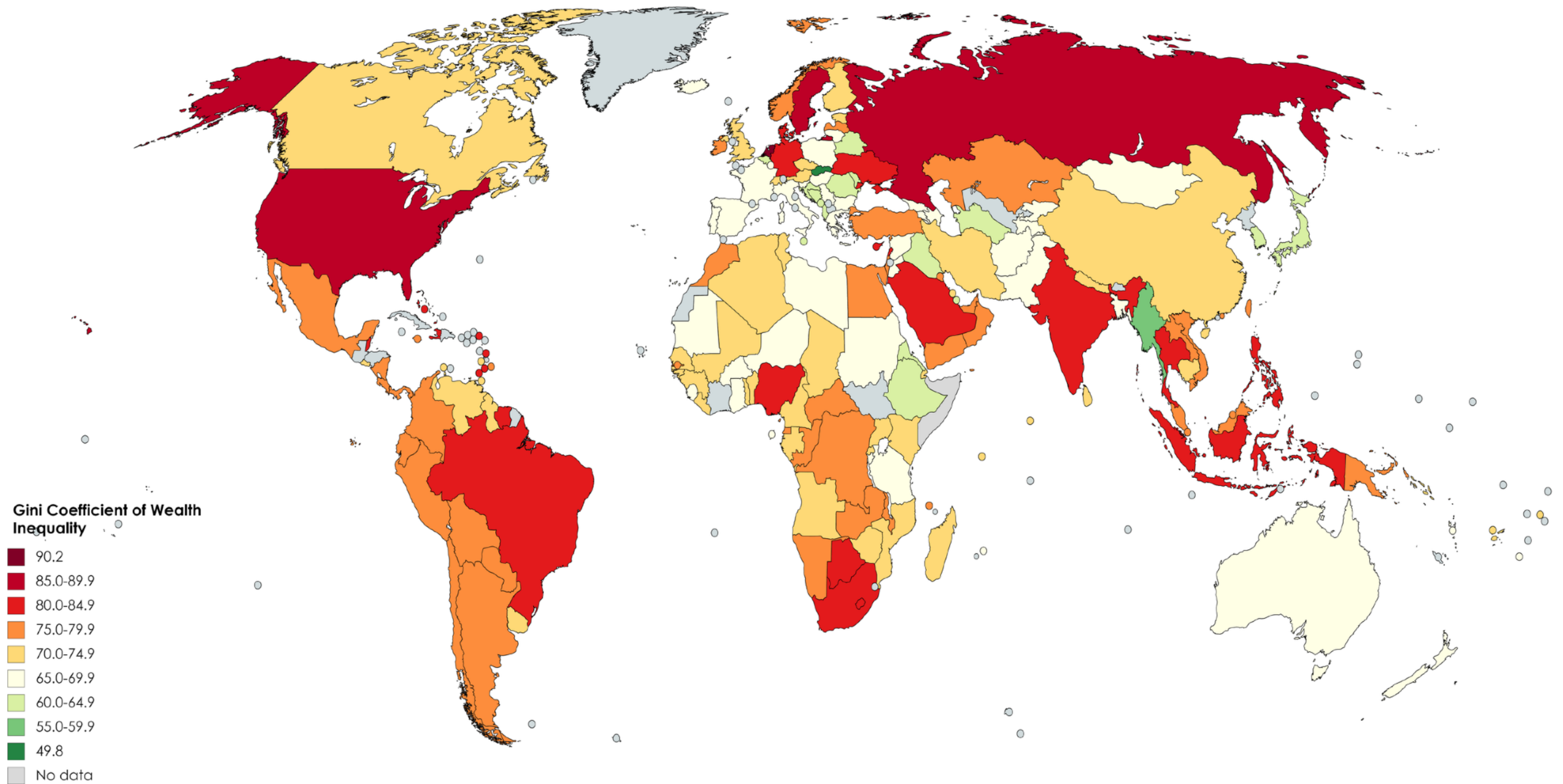
2017年世界各國的基尼係數(Wikipedia)

# 基尼係數(Gini Index)



2018年世界各國的基尼係數(Wikipedia)

# 基尼係數(Gini Index)



Source: Global Wealth Databook,  
Credit Suisse, 2019, Pages 117-120  
Created with mapchart.net ©

2019年世界各國的基尼係數(Wikipedia)

## 羅賓漢指數(Hoover Index)

另一常被使用的度量法是羅賓漢指數(Hoover index, or Robin Hood index)。其定義是重新分配至完全平均所需資產佔總資產的比例。

Hoover index 也滿足前述準則1.~4. 其公式為

$$H = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left| \frac{E_i}{E_{\text{total}}} - \frac{A_i}{A_{\text{total}}} \right|.$$

其中  $E_i$  表示族群  $i$  的收入， $A_i$  表示族群  $i$  的人數

依照彭博社(Bloomberg)2014年的計算，臺灣的Hoover index僅次於賽普勒斯與瑞典。無論從Gini index還是從Hoover index來看，臺灣在國際上貧富差距算是相對小。

## 泰爾指數(Theil Index)

還有一個著名的度量法是泰爾指數(Theil index, or Theil entropy index)。熵是物理上衡量一個系統亂度的度量，在信息理論上熵可看成是事件發生機率依照事件所帶信息量來加權，再對所有事件總和。泰爾指數是資料最大熵與實際熵的差。定義如下：

$$T_T = T_{\alpha=1} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{x_i}{\bar{x}} \cdot \ln \frac{x_i}{\bar{x}} \right)$$

其中 $x_i$ 表示第 $i$ 個人的資產，加上橫線表示平均資產， $N$ 是總人數。

Theil Index不僅滿足前述準則1.~4.，還滿足：

5. Decomposability:

分別計算小群體貧富差距，可加權後得到整體貧富差距度量滿足所有五項準則的連續貧富差距度量必是Theil指數的常數倍  
(Ref. T.Y.Li, Entropy, *Advances in Math.*, 1990)

## 貧富差距的自然形成

窮人可彈性動用的資金少，沒有多少資金可投資(很少有窮人持有股票)；中產階級通常有一些投資，如定存、股票、基金、外幣等，藉此得到額外收入；富人投資選項多，可投資一些資金門檻高，平均收益也較高的金融商品，如房地產、黃金、鑽石、期貨、債券，也能夠有比較彈性的投資組合。

財富約多，就有越多投資彈性與避險空間，可以在每單位投資金額獲得較高的回報期望值，於是造成貧富差距進一步擴大。

一般投資人對市場走向與全球景氣的掌握很有限投資，所以投資成功與否，有不少成分取決於運氣。

# 貧富差距的自然形成

物理學家J.P.Bouchaud與M.Mezard於2000年發表一項研究 (Physica A: Statistical Mechanics and its Applications)，假設每人聰明程度相同，用隨機模型來模擬交易與投資造成的財富增減，結果顯示，完全靠運氣就能讓財富分佈達到一定程度的不均。

這類隨機模型下，財富分佈會自然滿足某些規律 (肥尾分佈)：  
**財富的冪次定律**：當個人財富增為2倍時，擁有這樣規模財富的人數約降為1/6倍。

令  $f(x)$  表示擁有財富  $x$  的人數，則  $f(x) \sim 1/x^{2.5}$ 。

啟示：即使每個人的財富都是天上掉下來的，與聰明才智無關，極大的貧富差距仍然存在。

## Recommended Readings (👉 Required)

- 👉 1. Mark Buchanan: “The Social Atom - Why the Rich Get Richer, Cheaters Get Caught, and Your Neighbor Usually Looks Like You”, Bloomsbury USA, 2007. (中譯本名稱: 《隱藏的邏輯》, 天下遠見, 2007.) 第八章
- 2. Joseph E. Stiglitz: “The Price of Inequality — How Today’s Divided Society Endangers Our Future”, 2012 (中譯本 《不公平的代價 — 破解階級對立的金權結構》, 天下雜誌, 2013)
- 3. 維基百科條目 : Income inequality metrics, Gini coefficient, Theil index