

數理思維

第一講：從數理看人文

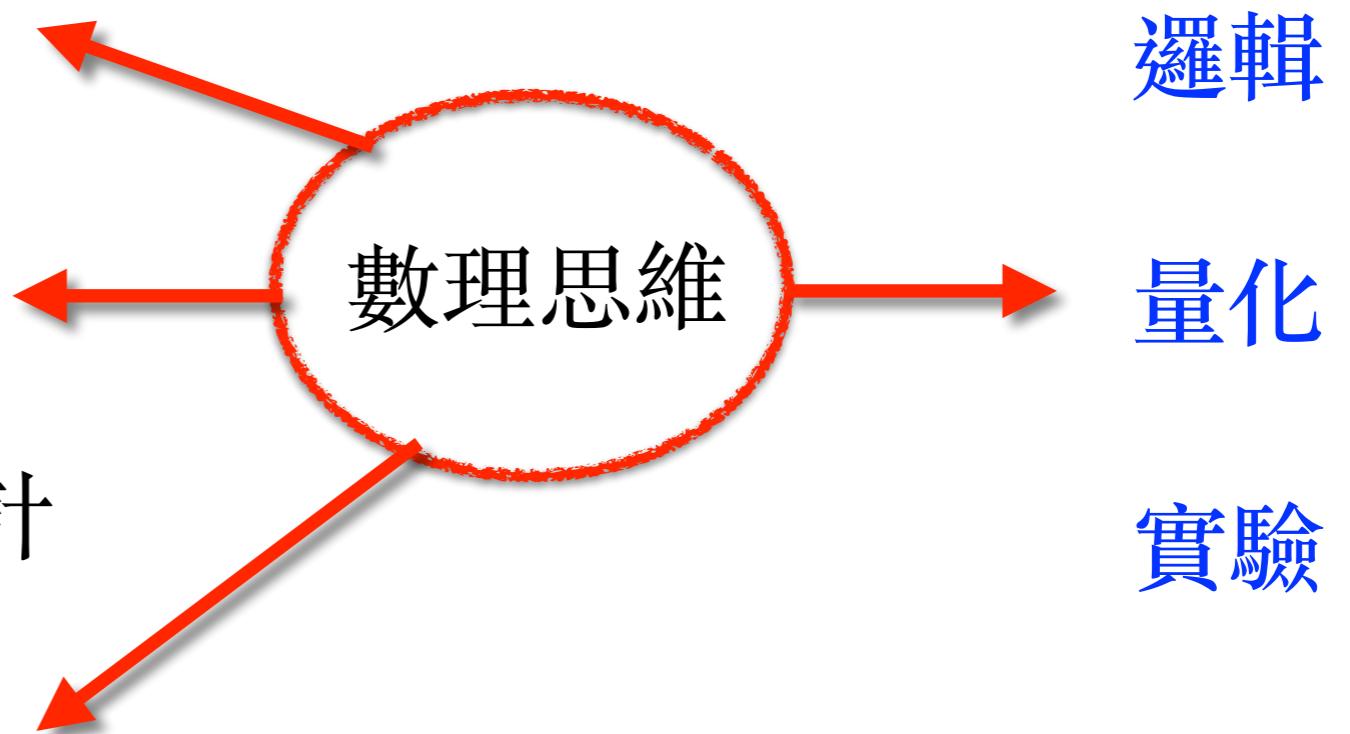
清華通識向度

1. 思維、文明與歷史

2. 生命、自然與科技

3. 藝術、文學與創意設計

4. 公民、社會與世界





Tahrir Square protesters at the height of the 2011/1/25 revolution against Hosni Mubarak.
(Source: Tara-Todras Whitehill/ AP, ceasefiremagazine.co.uk/marxism-social-movements/)



2024 Bangladesh quota reform movement (Source: Wikipedia)

Q: 社會運動與革命



Srebrenica Genocide Memorial In Potocari, Bosnia (Source: islamicity.org)

Q: 極端民族主義與族群衝突



Manila's financial district in the Philippines 2017 (foreignpolicy.com 2019/05/17)

Q: 貧富差距與分配正義

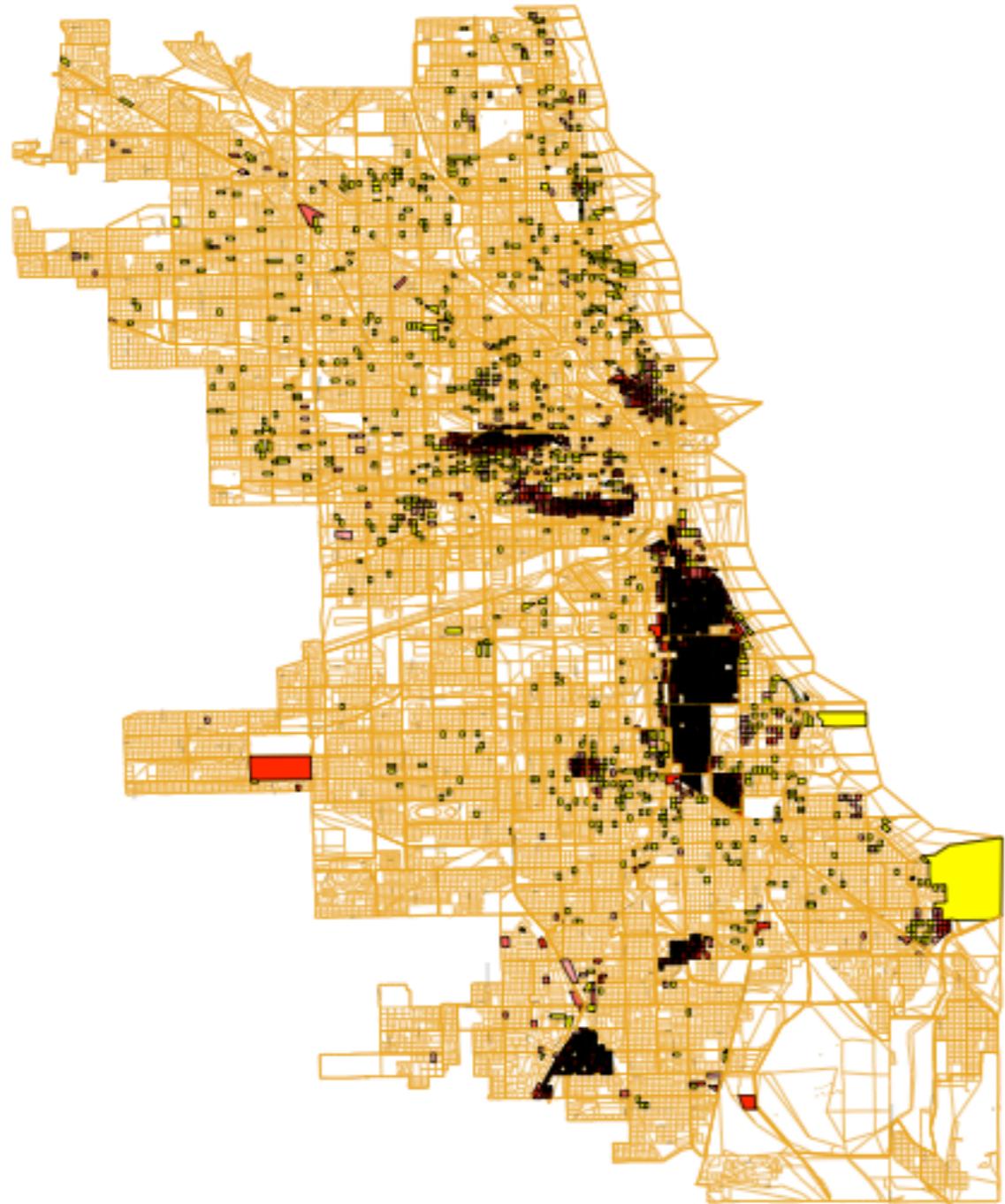


「馬拉之死」 by Jacques-Louis David (1793)

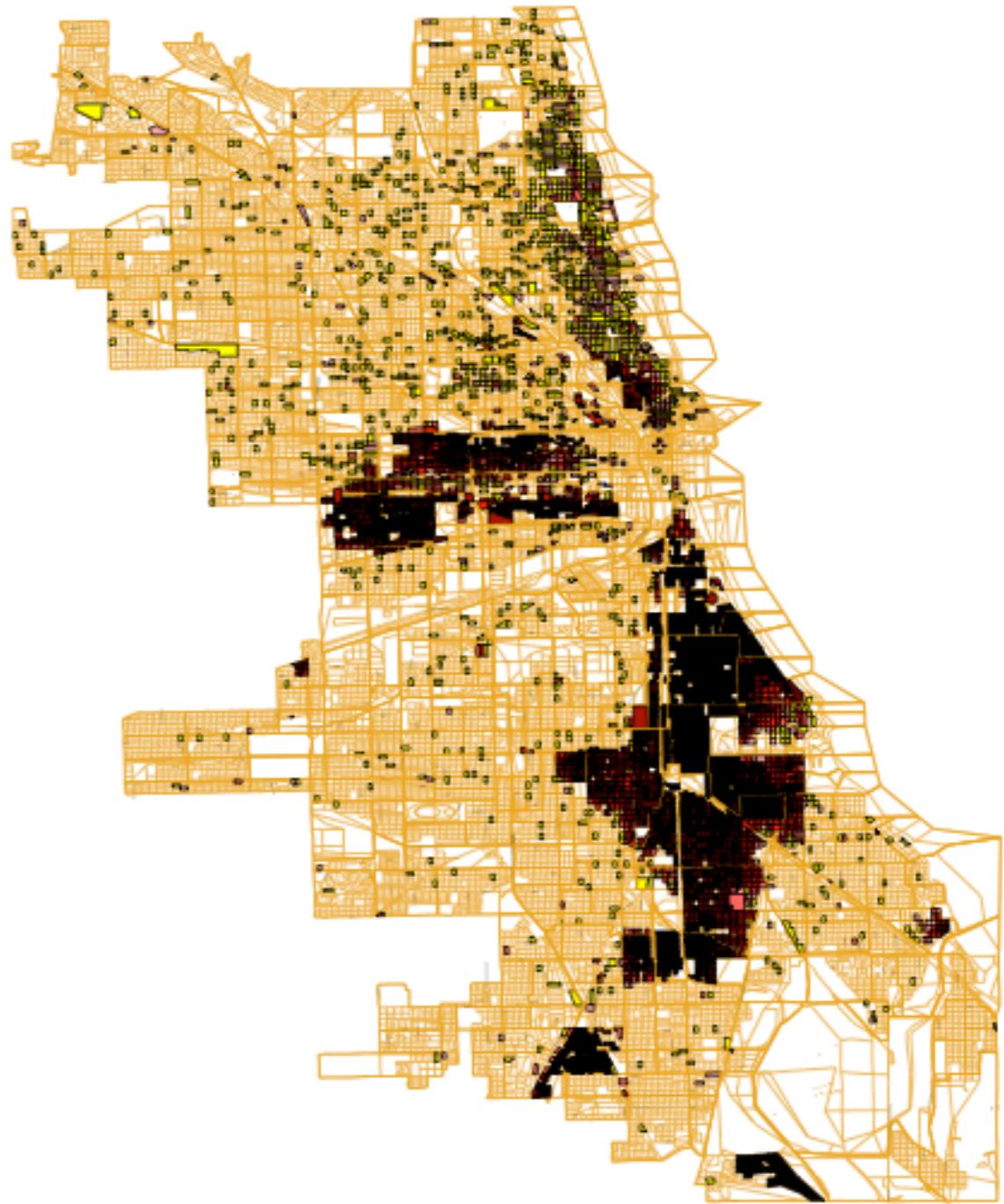


Charlotte Corday 1768-1793

Q: 極端利他行為



(a) *Chicago, 1940*



(b) *Chicago, 1960*

Q: 種族隔離的根源與歧視

種族隔離 v.s. 歧視

Thomas Schelling (謝林) 的動態模型
1969 American Economic Review
1971 Journal of Mathematical Sociology

種族隔離 $\overset{?}{\Leftrightarrow}$ 歧視

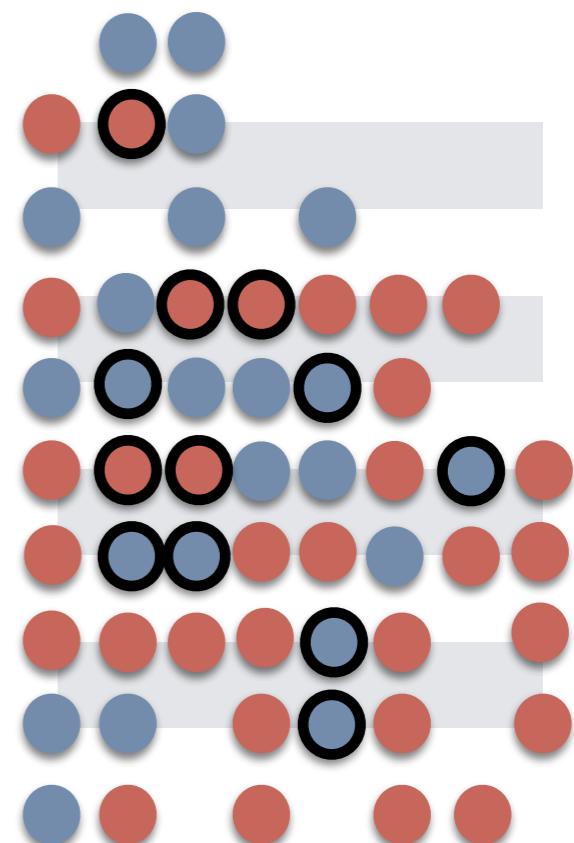


Thomas Shelling (Wikipedia)

種族隔離 v.s. 歧視

把人們的居住地點畫成格子狀，每個人最多8個鄰居，假設人們對鄰居同質性的要求底限是 s ，也就是說，鄰居中如果有多於 s 個非同族類的鄰居就搬家，反之則不搬家。

eg. $s = 4$ ，被圈出者將搬家

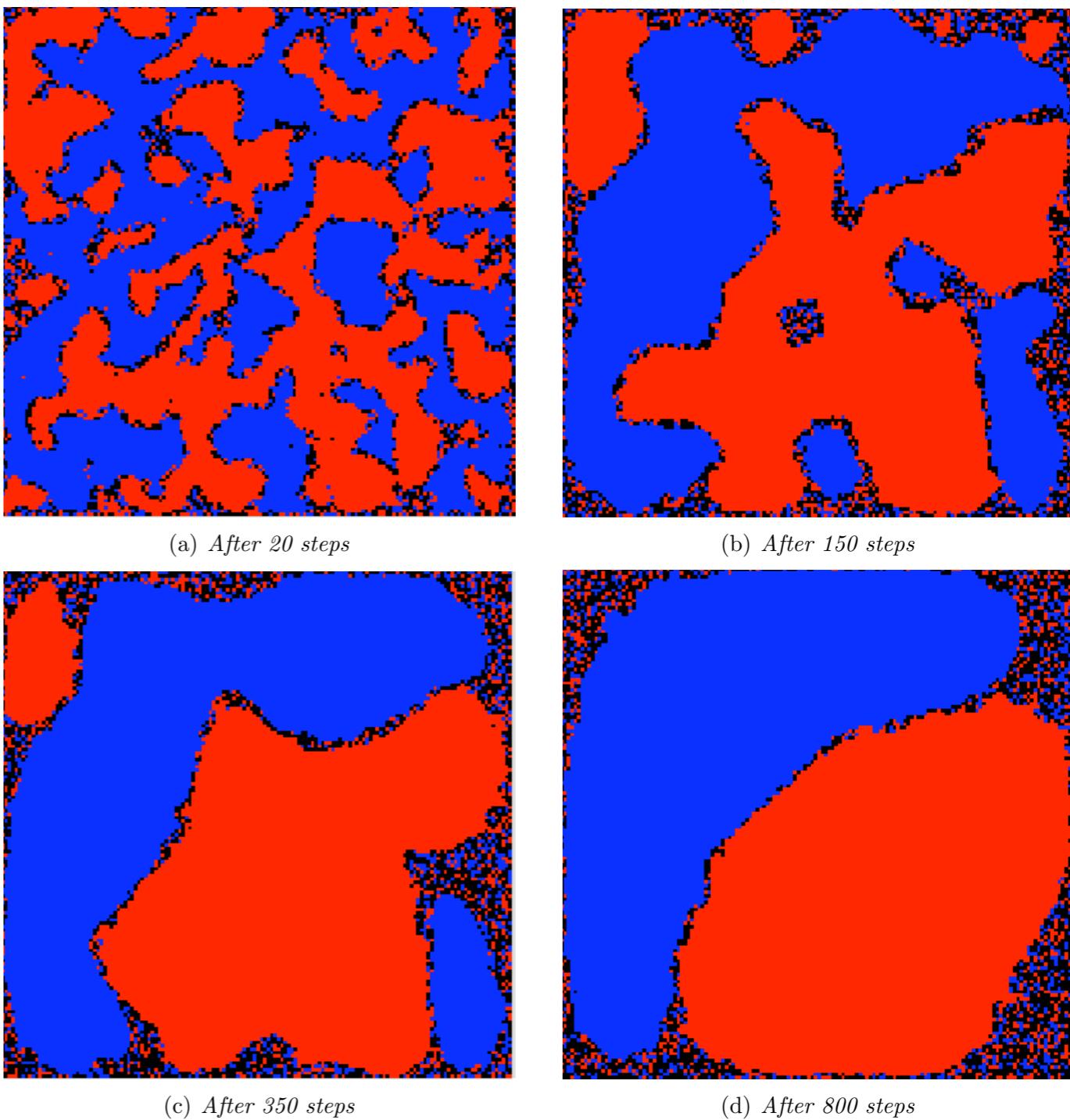


種族隔離 v.s. 歧視

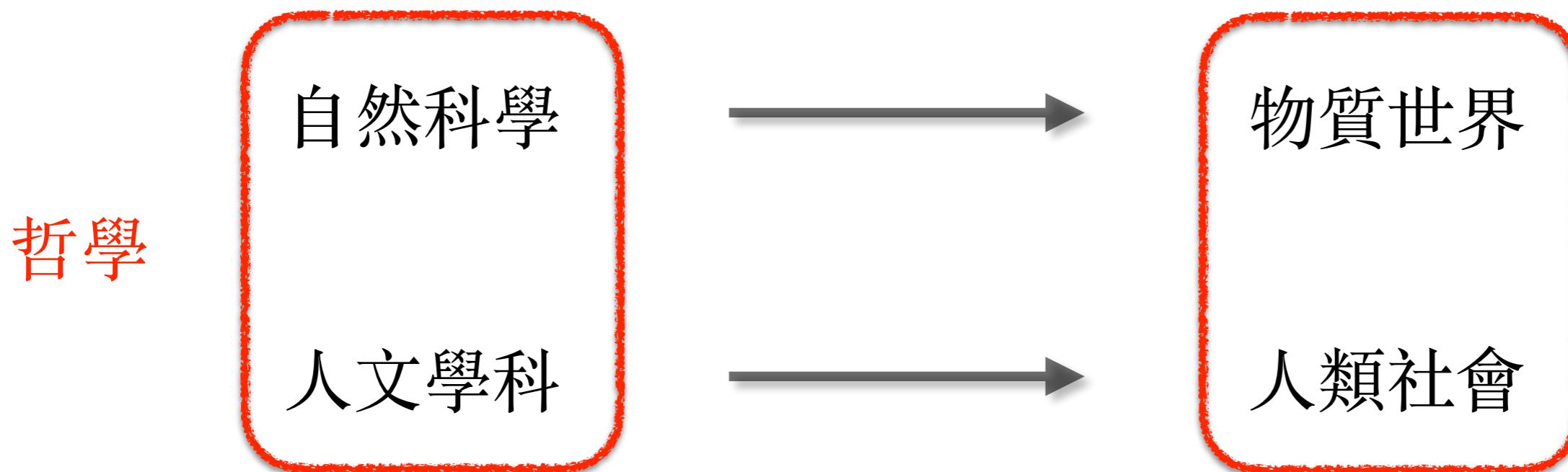
每一次搬家，就出現新的居住分布，又引發下一波搬家，如此持續迭代，隔離程度不斷提高（如右圖）

Shelling模型解釋了種族隔離可自然形成！

重點：模式 + 原子論



研究對象



物質由原子組成

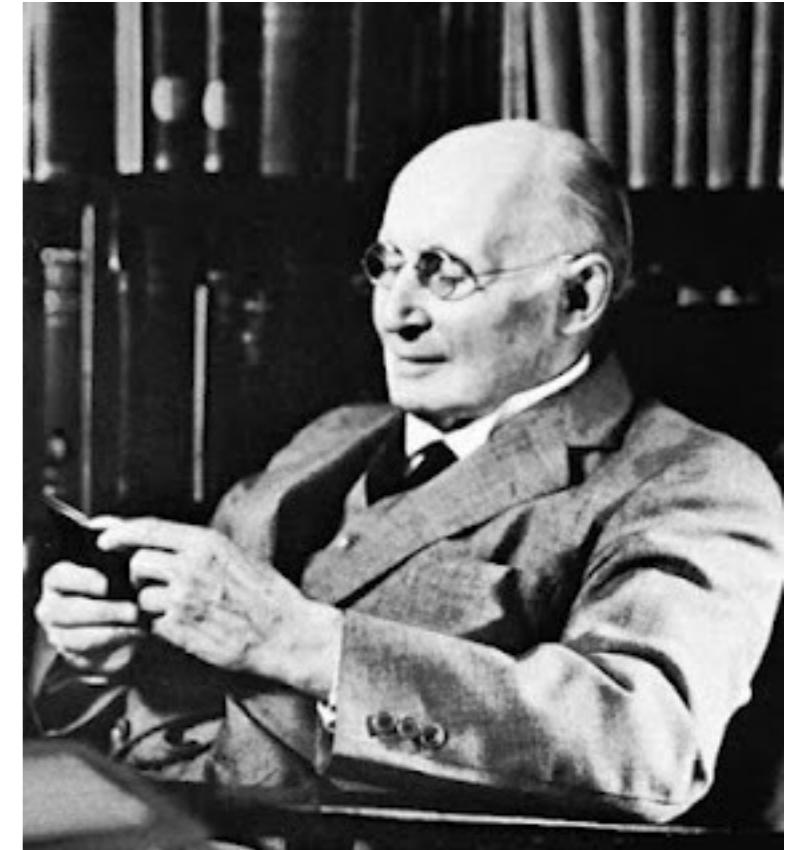
⇒ 人是社會原子

社會由個人組成

研究目標

“To see what is general in what is particular, and what is permanent in what is transitory, is the aim of scientific thought.”

(科學思想的目標是在特例中發現通則、
在變化中看見永恆)



— Alfred North Whitehead

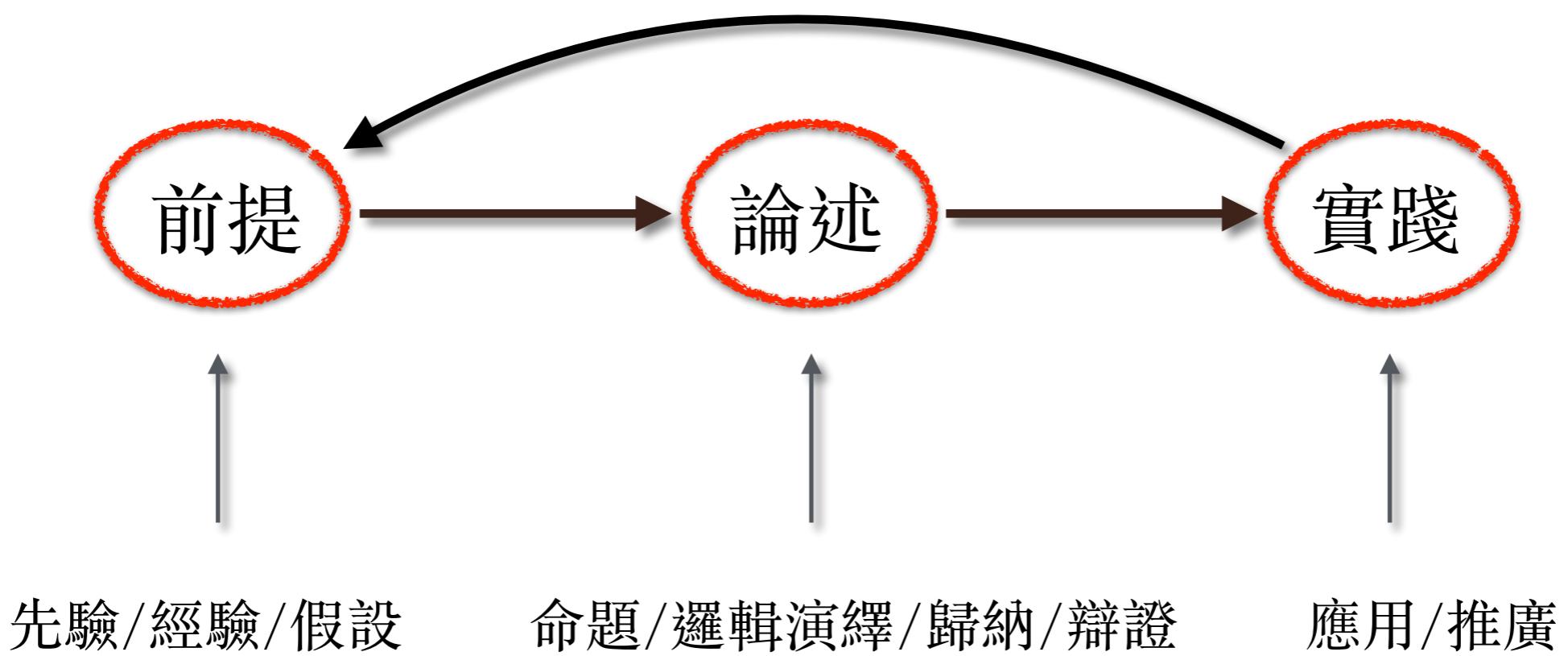
VS 傳統人文學科

(行為) 模式 &
(社會) 原子論

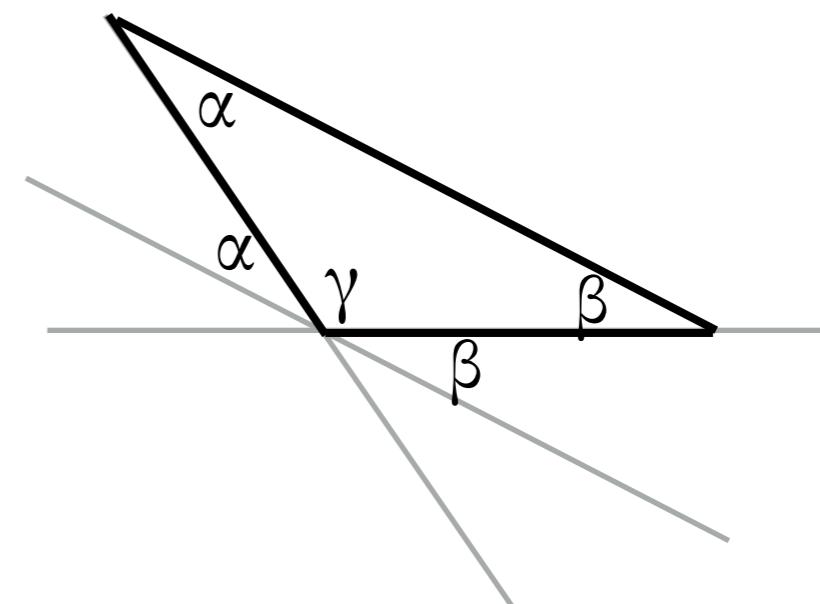
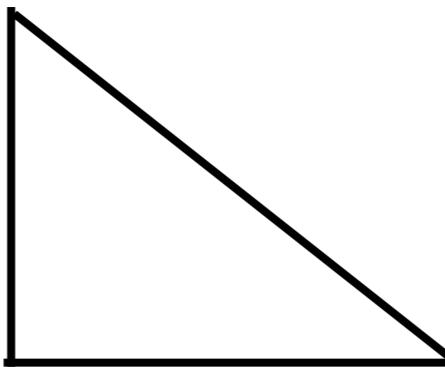
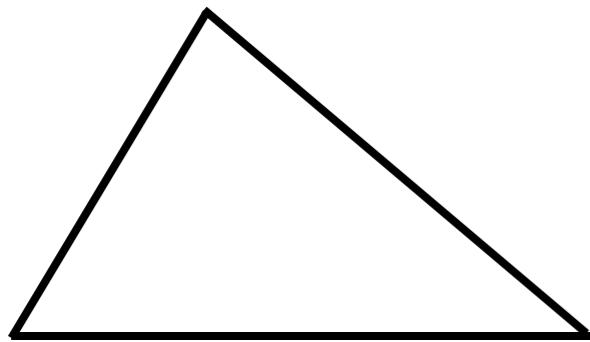
科學方法

1. 觀察 — 自然現象、設計實驗、控制實驗
實驗可重複，定性定量分析
2. 假說 — 推理得出規律、解釋因果關係、提出預測
邏輯法則，預測本身不能影響結果
3. 驗證 — 提升可信度，建立理論
理論非真理，需能接受挑戰

理論架構



平面幾何: 三角形內角和=180°



需利用部分假設前提：

從一點向另一點可以引一條直線

任意線段能無限延伸成一條直線

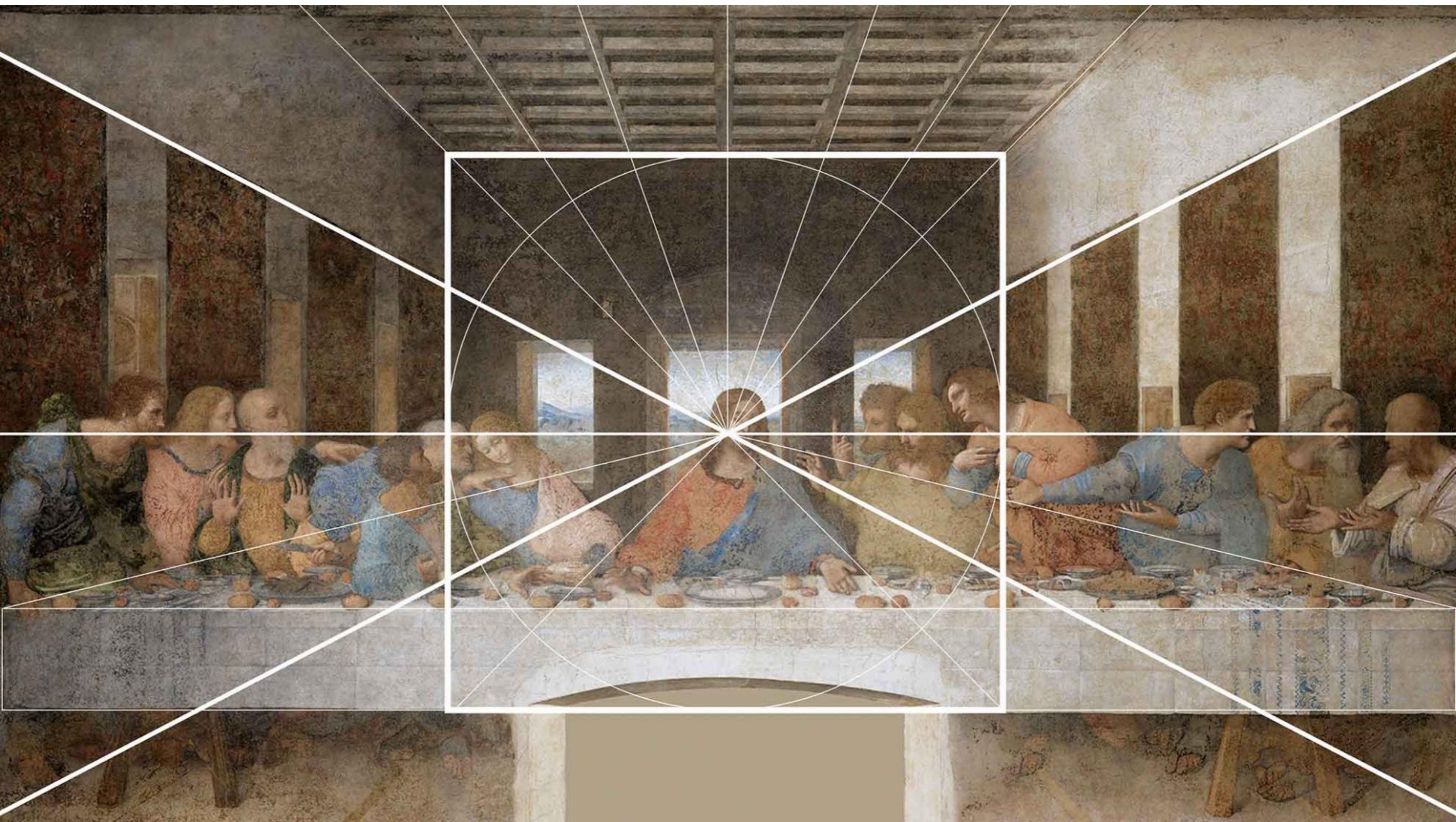
過直線外一點，恰有一條過該點的平行線 (平行公設、普萊費爾公理)



歐幾里得平
面幾何公設

歐氏幾何

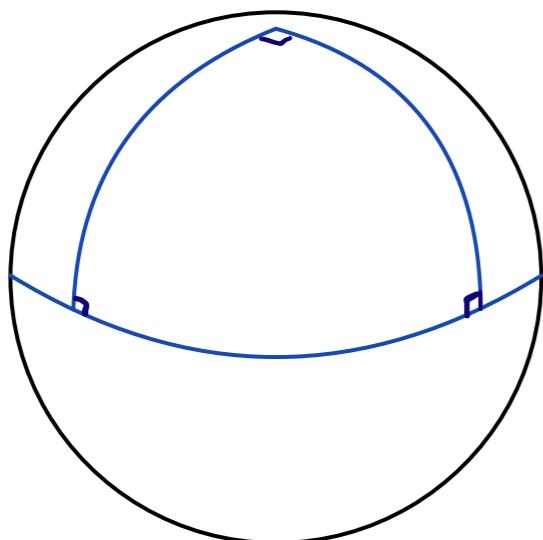
古典物理、藝術



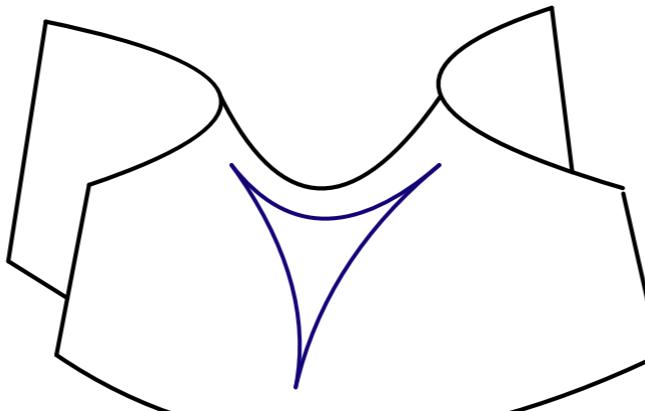
Leonardo da Vinci (1452~1519)

平面幾何: 改變平行公設

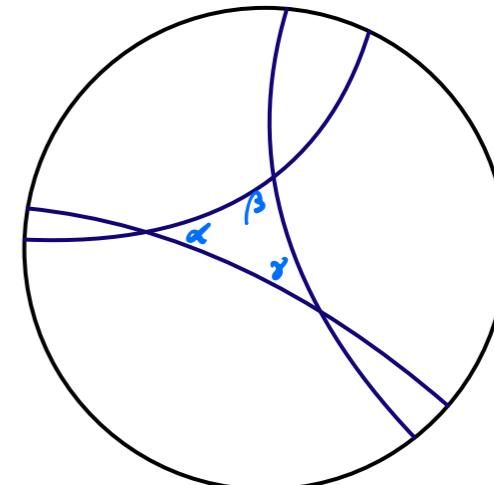
- ◆ 過直線外一點，沒有過該點的平行線 (橢圓幾何)
- ◆ 過直線外一點，有兩條以上過該點的平行線 (雙曲幾何)



三角形內角和 $>180^\circ$



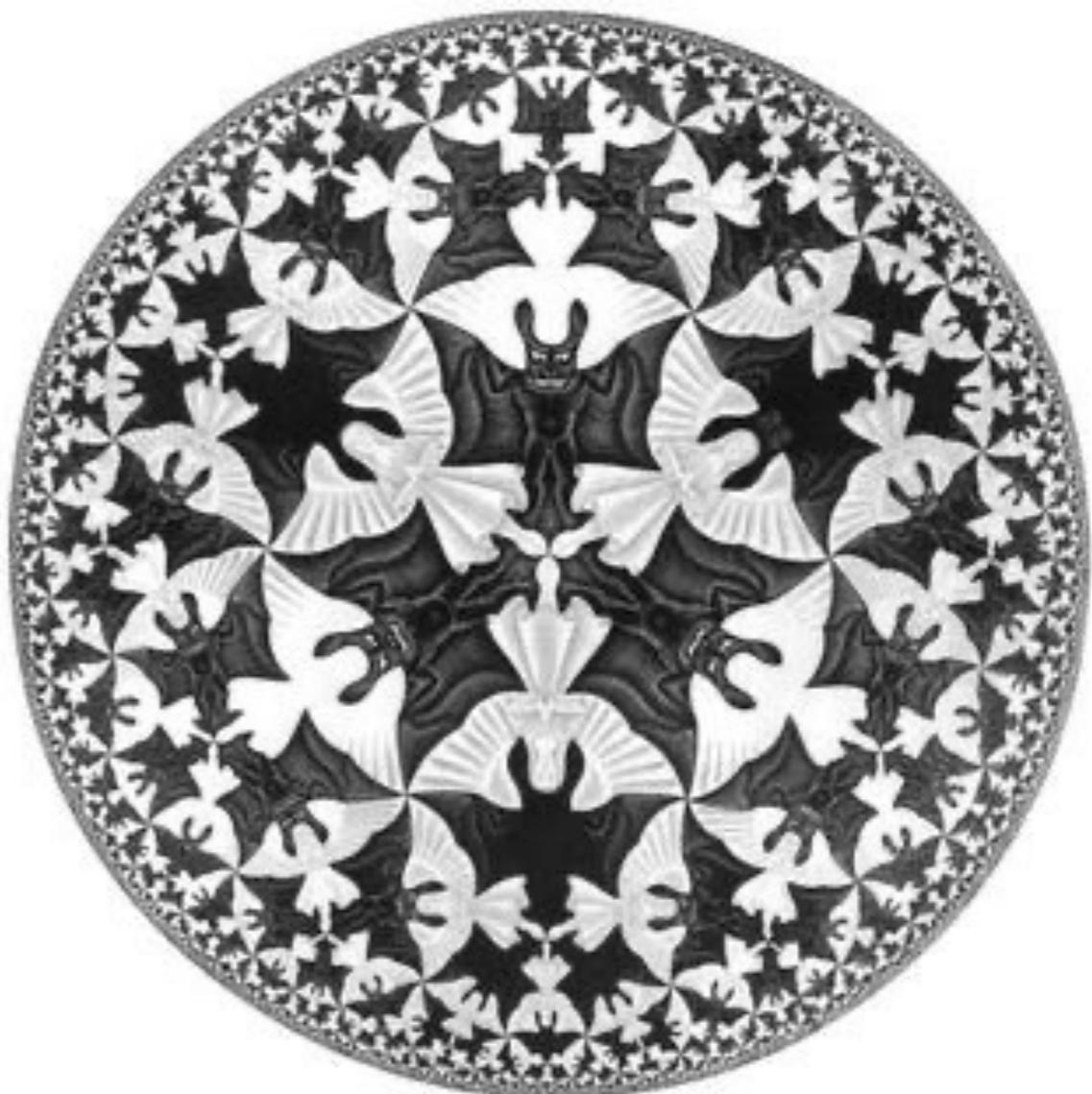
三角形內角和 $<180^\circ$



改變平行公設

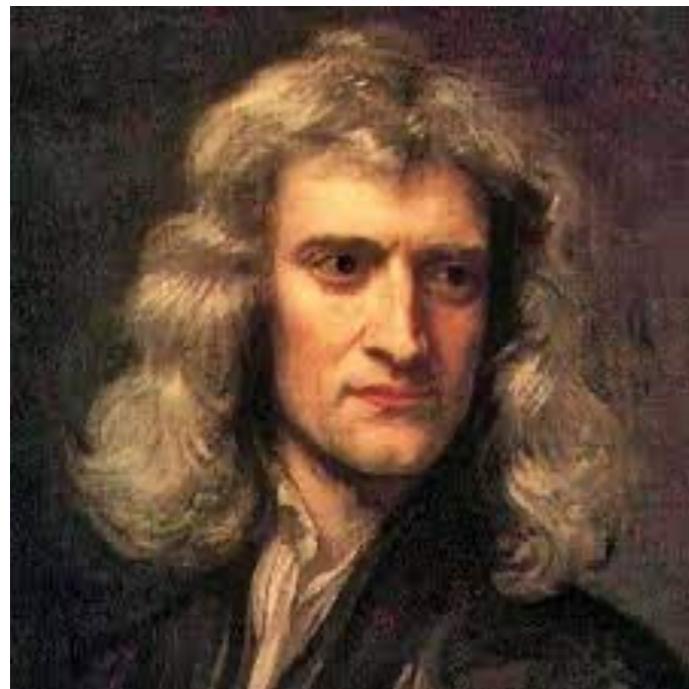
非歐幾何

相對論
現代藝術

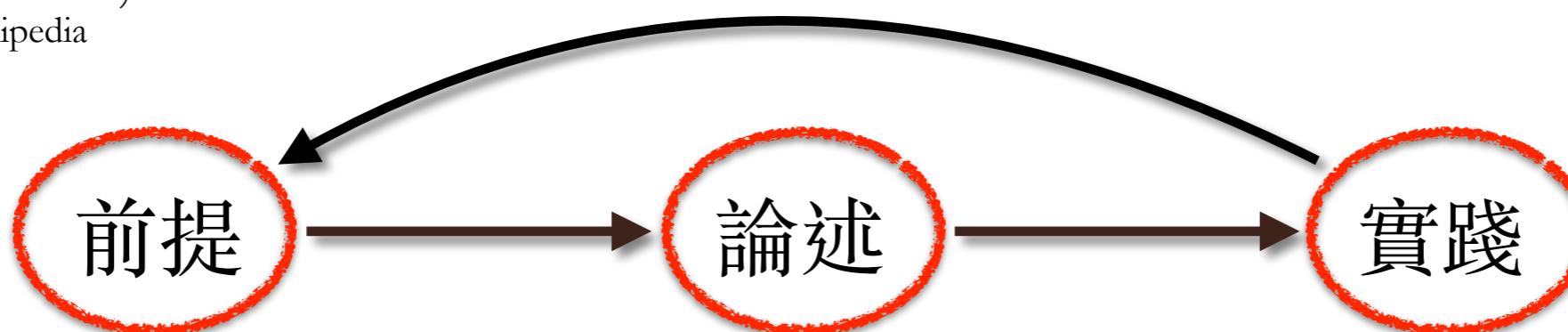
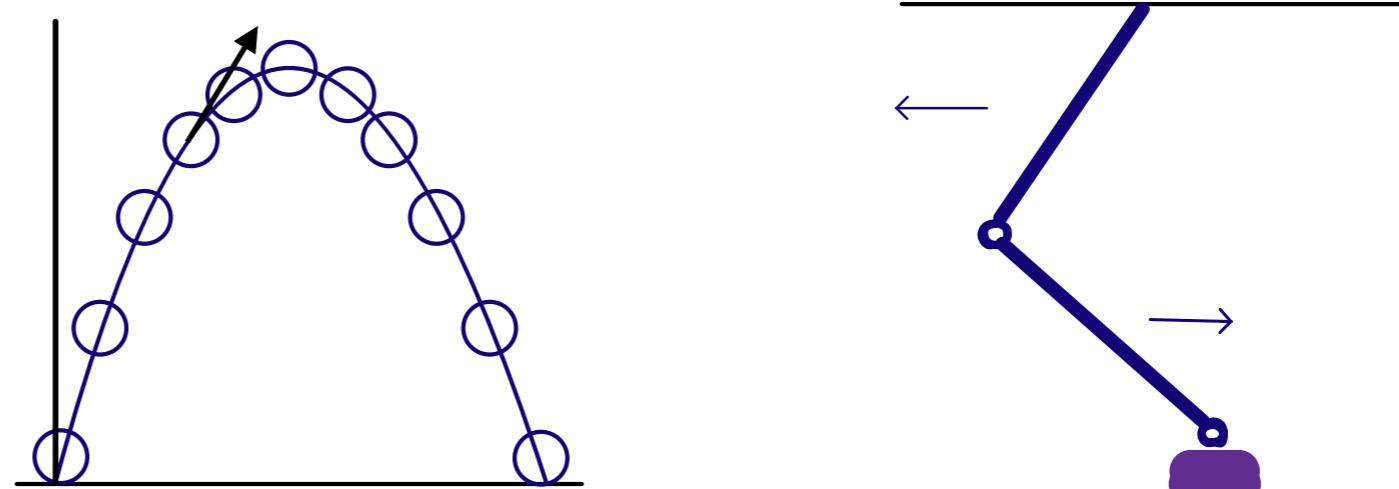


M.C.Escher (1898~1972)

古典物理: 力學



Issac Newton (1643-1727)
Picture from Wikipedia

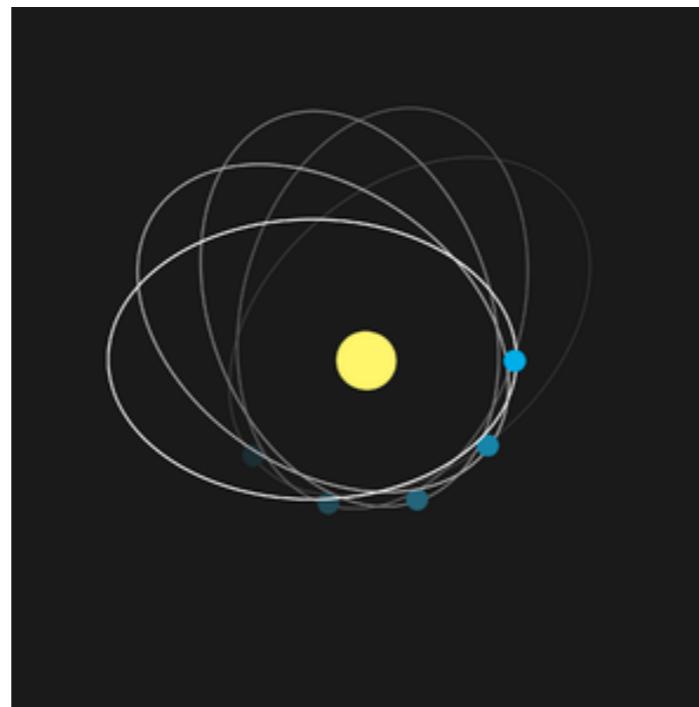
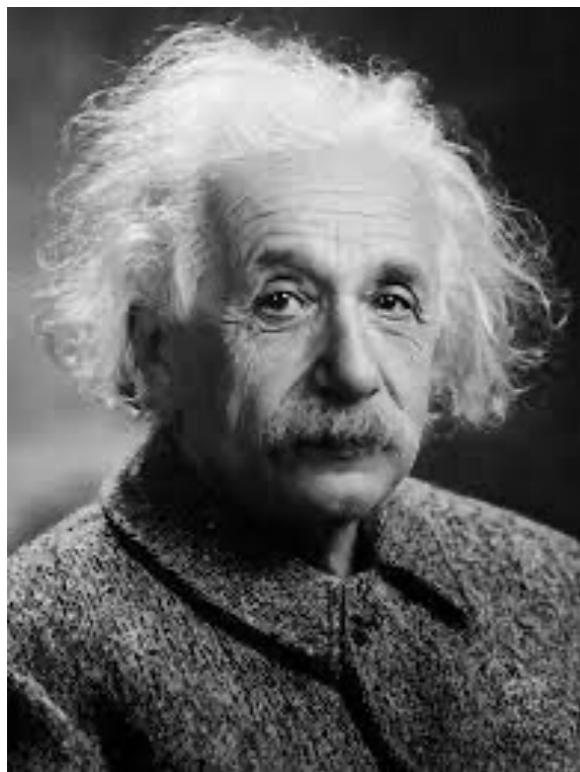


三大運動定律
萬有引力定律
歐氏空間

牛頓力學

天文、機械、建築等等
解釋天王星進動 (Le Vierre 1846)
如何解釋水星進動?

近代物理: 相對論



Albert Einstein (1879-1955)、水星進動、重力透鏡
Pictures from Wikipedia



相對性原理
光速不變原理

廣義相對性原理
愛因斯坦場方程

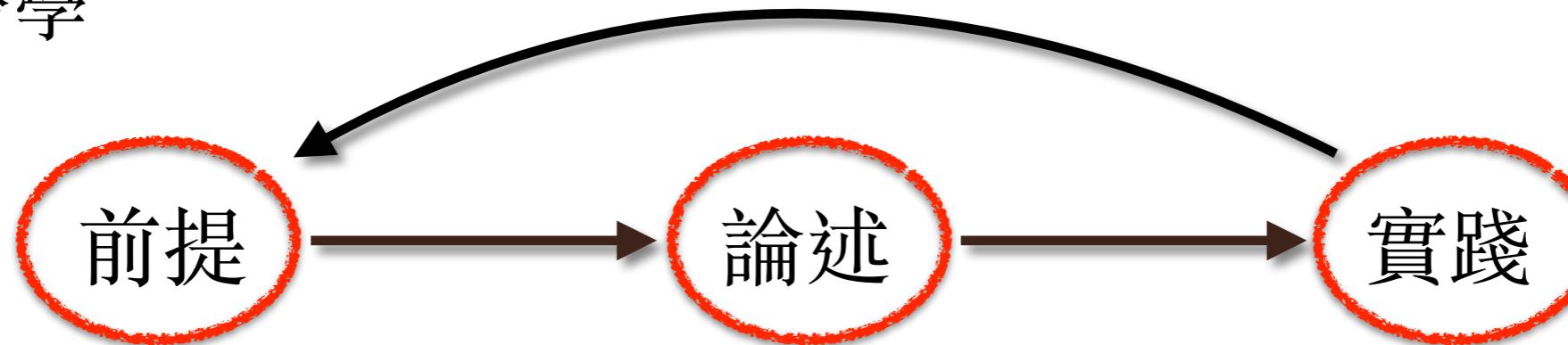
特殊相對論

廣義相對論

天文、核能、GPS等等

解釋水星進動、重力透鏡

微觀經濟學



完全理性
利己

傳統經濟學
數學模型分析

各類法規、政策

有限理性
利己

行為經濟學
加入社會、文化、心
理、認知、情緒因素

各類決策問題

大數法則

實驗經濟學
實驗心理學、賽局論

Recommended Readings (☞ Required)

- ☞ 1. M. Buchanan: The Social Atom - Why the Rich Get Richer, Cheaters Get Caught, and Your Neighbor Usually Looks Like You, Bloomsbury USA, 2007. 中譯本: 《隱藏的邏輯》, 天下遠見, 2007. 前言、第一章
- 2. M. Kline: Mathematics — The Loss of Certainty. Oxford University Press 1980. 中譯本: 《數學: 確定性的失落》, 臺灣商務, 2004. 第三、四章